



وزارت آموزش و پرورش
اداره کل آموزش و پرورش استان مازندران
معاونت آموزش متوسط



سؤالات آزمون های نهایی سال های ۱۴۰۱ و ۱۴۰۲ (شش دوره)

درس: حسابان (۲)
رشته: ریاضی و فیزیک

اداره آموزش
دوره دوم متوسطه نظری
مازندران

به صورت درس به درس
و همراه با
پاسخنامه تشریحی

با ما در کانال کام نهایی مازندران در شاد همراه باشید:

<http://shad.ir/motnazarimazand>



باسمه تعالی

اداره کل آموزش و پرورش مازندران

معاونت آموزش متوسطه

اداره آموزش دوره دوم متوسطه نظری

کانال گام نهایی مازندران (شاد) <http://shad.ir/motnazarimazand>

نام درس: حسابان (۲)

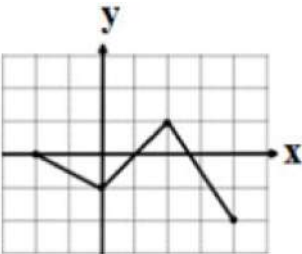
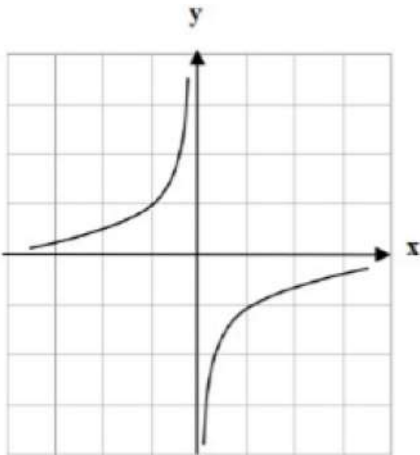
پایه: دوازدهم

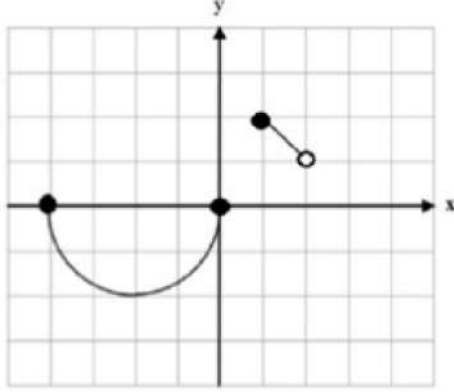
رشته: ریاضی و فیزیک

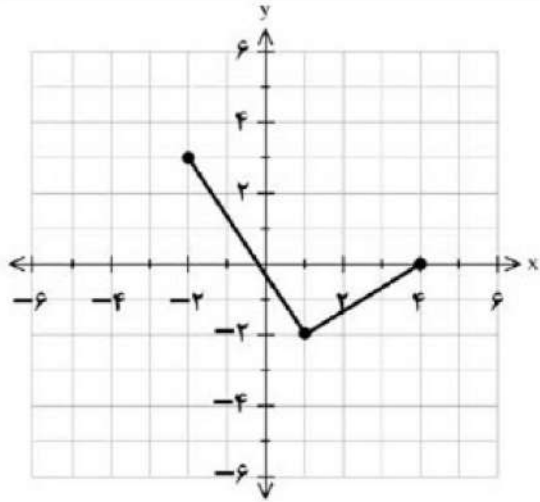
نام و نام خانوادگی دبیر:	نمره با عدد:	نام و نام خانوادگی دبیر:	نمره با عدد:
تاریخ و امضا:	نمره با حروف:	تاریخ و امضا:	نمره با حروف:

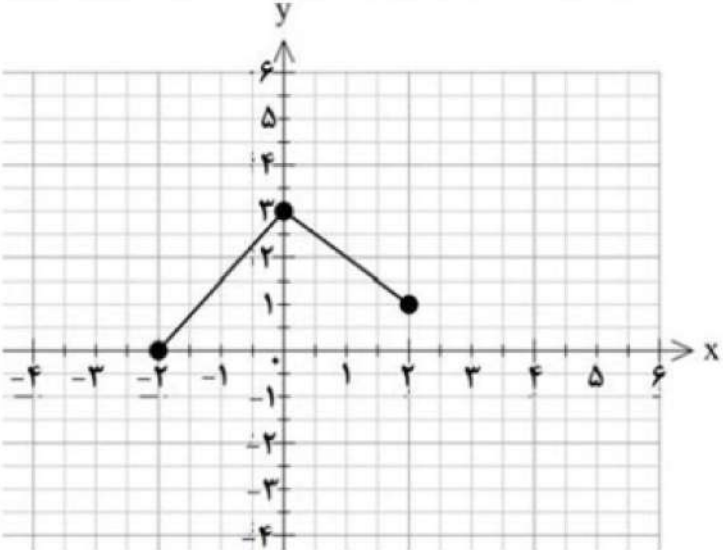
بارم	لطفًا پاسخ سوالات را روی همین برگ بنویسید	ردیف
	حسابان 2 (فصل 1) سوال ۳۶ نمودار تابع f به صورت مقابل است. دامنه و برد تابع $g(x) = 2f(-x)$ را بنویسید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲	۱
	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. - باقیمانده تقسیم چندجمله‌ای $P(x) = 2x^3 - x^2 + 1$ بر $x - 1$ برابر ۲ است. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲	۲
	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. - نمودار تابع $y = f\left(\frac{x}{3}\right)$ از انقباض افقی نمودار تابع $y = f(x)$ به دست می‌آید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲	۳
	اگر باقی مانده تقسیم چندجمله‌ای $P(x) = 3x^2 + mx + 2m + 1$ بر $x - 2$ برابر ۳ باشد، باقی مانده تقسیم چند جمله‌ای $f(x) = mx^2 - mx + 3$ بر $x + 2$ را تعیین کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲	۴
	ابتدا نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} (x-2)^2 & x \geq 1 \\ -2 & 0 \leq x < 1 \\ x+1 & x < 0 \end{cases}$ را رسم کنید، سپس تعیین کنید که این تابع در چه بازه‌ای اکیداً صعودی و در چه بازه‌ای اکیداً نزولی است. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲	۵

اداره آموزش دوره دوم متوسطه نظری مازندران

۶	نمودار تابع $f(x)$ به صورت مقابل است. نمودار تابع $g(x) = -3f\left(\frac{x}{2}\right) + 2$ را رسم کرده و سپس برد تابع $g(x)$ را تعیین کنید.  سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲	
۷	نمودار تابع $f(x) = \sqrt{x}$ را ابتدا سه واحد به سمت راست انتقال می‌دهیم و سپس عرض نقاط را دو برابر می‌کنیم، ضابطه تابع جدید را بنویسید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریور ماه ۱۴۰۲	
۸	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. تابع $y = \frac{1}{x}$ در دامنه‌اش یکنواست. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریور ماه ۱۴۰۲	
۹	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. تابع $y = \sqrt{2x^3 - \pi x} + 1$ یک تابع چندجمله‌ای است. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریور ماه ۱۴۰۲	
۱۰	مقادیر a و b را چنان بیابید که عبارت $p(x) = x^3 - ax + b$ بر $(x - 2)$ بخش‌پذیر باشد و باقیمانده تقسیم آن بر $(x + 1)$ برابر ۳ باشد. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریور ماه ۱۴۰۲	
۱۱	با توجه به نمودار تابع مقابل، تعیین کنید: (الف) تابع f در چه بازه‌هایی اکیداً یکنوا است. (ب) آیا تابع در کل دامنه خود اکیداً یکنوا است؟  سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریور ماه ۱۴۰۲	

۱۲	نمودار تابع $y = f(x)$ در شکل زیر رسم شده است.  نمودار تابع $y = f(1-x) + 1$ را رسم کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۲
۱۳	جای خالی را با عدد مناسب کامل کنید. اگر برد تابع $y = \sqrt{x}$ بازه $[0, 2]$ باشد، برد تابع $y = 2 + \sqrt{x-2}$ برابر است. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۲
۱۴	درستی یا نادرستی عبارت زیر را تعیین کنید. - عبارت $x^{16} + 1$ بر $x + 1$ بخش پذیر است. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۲
۱۵	در جای خالی عبارت مناسب را قرار دهید. نقطه $(-2, 4)$ روی نمودار تابع $y = f(x)$ می باشد. نقطه متناظر آن روی نمودار تابع $y = f(2x)$ برابر است. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۲
۱۶	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. - بی شمار تابع وجود دارد که هم صعودی و هم نزولی است. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۲
۱۷	اگر چند جمله ای $ax^2 + x - 8$ بر $x - a$ بخش پذیر باشد، مقدار a را تعیین کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۲
۱۸	اگر $\left(\frac{1}{5}\right)^{2x+1} \leq \frac{1}{125}$ باشد، حدود x را بیابید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۲
۱۹	نمودار تابع $g(x) = x^3 - 3x^2 + 3x$ را به کمک انتقال نمودار $f(x) = x^3$ رسم کنید، سپس اکیداً بیکنواپی تابع $g(x)$ را در تمام دامنه خود، بررسی کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۲
۲۰	اگر دامنه تابع $y = f(x)$ برابر $[-1, 3]$ و برد آن $(0, 2]$ باشد، دامنه و برد تابع $y = f\left(\frac{x}{2}\right)$ را بیابید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۱

۲۱	عبارت $\frac{x^5 + 1}{x + 1}$ را ساده کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۱
۲۲	در چند جمله‌ای $P(x) = x^3 + ax^2 + b$ مقادیر a و b را چنان بیابید که باقی‌مانده تقسیم $P(x)$ بر $x + 2$ برابر -1 و $P(x)$ بر $x - 1$ بخش‌پذیر باشد. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۱
۲۳	نمودار تابع f به صورت زیر است:  الف) نمودار تابع $g(x) = 2f(x - 1)$ را رسم کنید. ب) دامنه تابع g را به دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱
۲۴	چندجمله‌ای $x^5 + 32$ را برحسب عامل $x + 2$ تجزیه کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱
۲۵	اگر $\left(\frac{1}{3}\right)^{2x+1} \leq \left(\frac{1}{27}\right)$ باشد، حدود x را به دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱
۲۶	اگر باقی‌مانده تقسیم چندجمله‌ای $p(x) = x^3 + kx^2 - 3$ بر $x + 1$ برابر 2 باشد، k را تعیین کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱
۲۷	الف) نمودار تابع $f(x) = \sqrt{x}$ را در بازه $[0, 4]$ رسم کنید. ب) به کمک نمودار $f(x)$ نمودار تابع $g(x) = 2f(x - 1)$ را رسم کنید. سپس دامنه و برد g را تعیین کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱
۲۸	جای خالی را با عبارت مناسب کامل کنید. اگر تابعی در یک فاصله هم صعودی و هم نزولی باشد، تابع در آن فاصله است. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱

۲۹	برد تابع f بازه‌ی $[-۳, ۱]$ است. برد تابع $y = -۲f(۳x - ۱) + ۳$ کدام یک از موارد زیر است؟ ☐ ۱ $(-۸, ۰]$ ☐ ۲ $(-۱۲, ۰]$ ☐ ۳ $[۱, ۹)$ ☐ ۴ $(-۱۰, ۲)$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱
۳۰	در جای خالی عبارت ریاضی مناسب قرار دهید. - باقیمانده تقسیم عبارت $۱ + ۵x - ۲x^۲$ بر $x - ۳$ برابر است. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱
۳۱	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. - شکل حاصل از دوران یک مستطیل حول طول آن، مخروط نام دارد. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱
۳۲	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. - تابع $f(x) = x^۳$، تابعی اکیداً صعودی است. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱
۳۳	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. - تابع $f(x) = \sqrt{۲x} - x^۲$ یک تابع درجه دوم است. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱
۳۴	باقیمانده تقسیم چندجمله‌ای $۲ + ۴x^۲ - ۸x^۳ = p(x)$ را بر $۲x + ۱$ به دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱
۳۵	ابتدا نمودار تابع $f(x) = x^۲ + ۲x$ را رسم نمایید، سپس تعیین کنید که این تابع در چه بازه‌ای اکیداً صعودی و در چه بازه‌ای اکیداً نزولی است. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱
۳۶	نمودار تابع f در شکل زیر رسم شده است. نمودار تابع $g(x) = f(x - ۱)$ را رسم کرده و دامنه تابع g را تعیین کنید.  سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱

$$D_g = [0, 5], R_g = [-4, 6]$$

۱

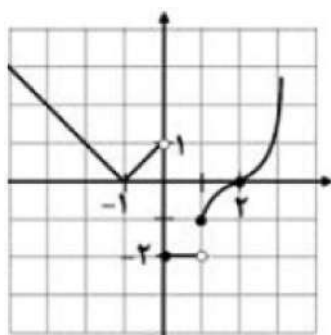
۲ درست

۳ نادرست

۴

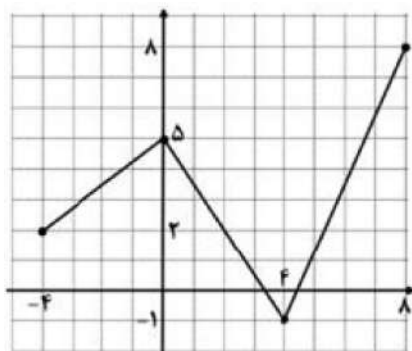
$$p(2) = 3 \Rightarrow 12 + 2m + 2m + 1 = 3 \Rightarrow 4m = -10 \Rightarrow m = -\frac{5}{2}$$

$$f(-2) = -\frac{5}{2}(-2)^2 - \left(-\frac{5}{2}\right)(-2) + 3 = -12$$



اکیدا صعودی $[1, +\infty)$ و $[-1, 0)$
اکیدا نزولی $(-\infty, -1]$

۵



$$R = [-1, 4]$$

۶

$$y = 2\sqrt{x-3}$$

۷

۸ نادرست

۹ درست

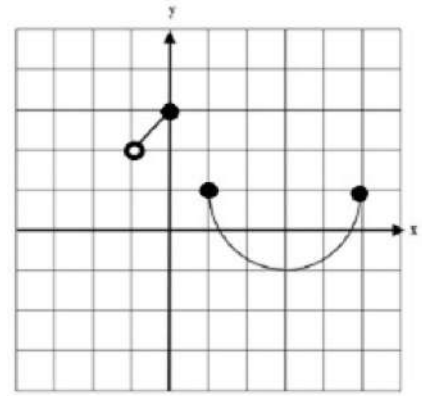
$$\begin{aligned} P(2) = 0 &\Rightarrow 8 - 2a + b = 0 \\ P(-1) = 3 &\Rightarrow a + b = 3 \end{aligned} \Rightarrow \begin{cases} -2a + b = -8 \\ a + b = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{aligned} a &= 4 \\ b &= 0 \end{aligned}$$

۱۰

الف) $(0, +\infty)$ اکیداً یکنوا (اکیداً صعودی) و $(-\infty, 0)$ اکیداً یکنوا (اکیداً صعودی)
ب) خیر، در کل دامنه اکیداً یکنوا نیست.

۱۱

اداره آموزش دوره دوم متوسطه نظری مازندران



۱۲

۱۳ [۲, ۴]

۱۴ نادرست

۱۵ (-۱, ۴)

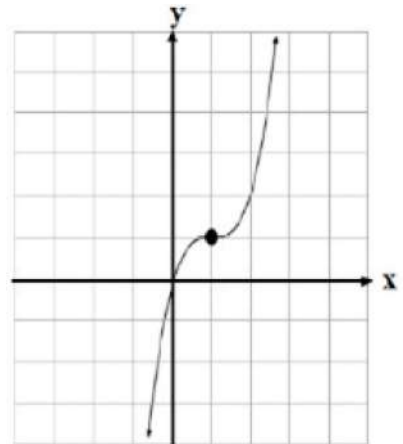
۱۶ درست

۱۷

۱۸

۱۹

اکیداً یکنوا (اکیداً صعودی)



۲۰

برد تغییر نمی‌کند.

$$x = a \Rightarrow 2a^2 - 8 = 0 \Rightarrow a^2 = 4 \Rightarrow a = \pm 2$$

$$\left(\frac{1}{5}\right)^{2x+1} \leq \left(\frac{1}{5}\right)^2 \Rightarrow 2x+1 \geq 2 \Rightarrow x \geq \frac{1}{2} \text{ (ص ۲۲)}$$

$$g(x) = x^2 - 2x^2 + 2x - 1 + 1 = (x-1)^2 + 1$$

$$D_{f\left(\frac{x}{2}\right)} \Rightarrow -1 < \frac{x}{2} \leq 2 \Rightarrow D_{f\left(\frac{x}{2}\right)} = (-2, 4]$$

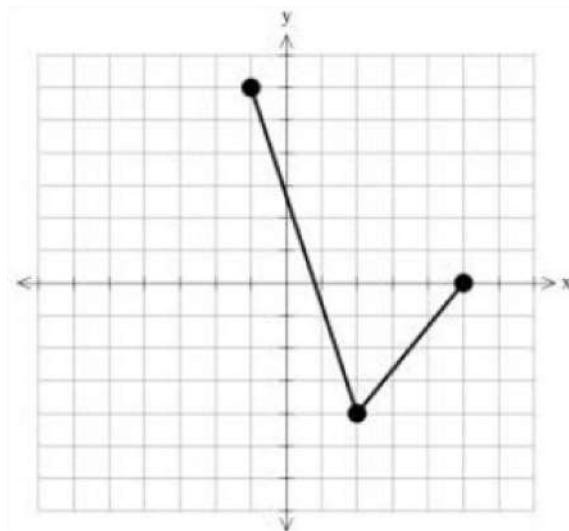
۲۱

$$\frac{x^5 + 1}{x + 1} = \frac{(x+1)(x^4 - x^3 + x^2 - x + 1)}{x + 1} = x^4 - x^3 + x^2 - x + 1$$

اداره آموزش دوره دوم متوسطه نظری مازندران

$$\begin{cases} p(-2) = -1 \\ p(1) = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2a + b = -1 \\ a + b = 5 \end{cases} \Rightarrow a = \frac{6}{-1}, b = \frac{11}{-1}$$

۲۲



الف ۲۳

ب) $[-1, 5]$

$$(x + 2)(x^2 - 2x^2 + 2x^2 - 4x + 16)$$

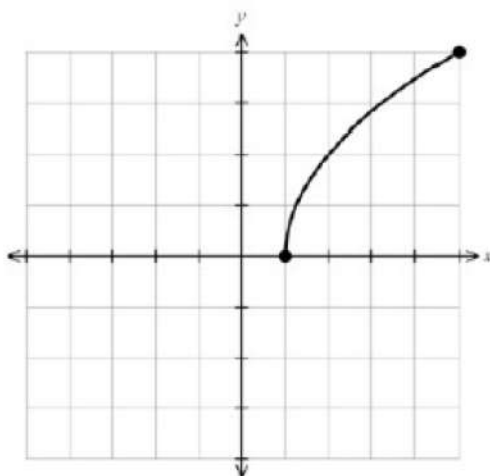
۲۴

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{2x+1} \leq \left(\frac{1}{2}\right)^2 \Rightarrow 2x + 1 \geq 2 \Rightarrow x \geq \frac{1}{2}$$

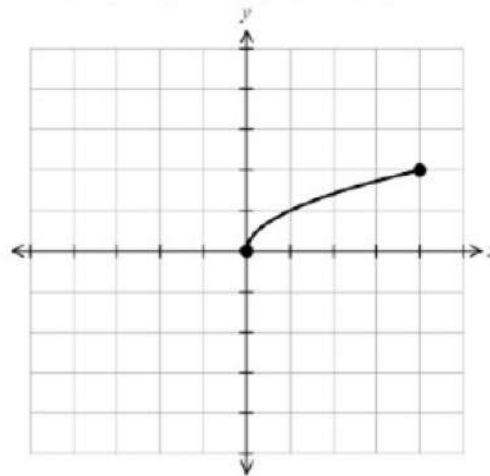
۲۵

$$x + 1 = 5 \Rightarrow x = 4 \Rightarrow p(-1) = 2 \Rightarrow (-1)^2 + k(-1)^2 - 2 = 2 \Rightarrow k = 4$$

۲۶



ب



الف

۲۷

$$R_g = [0, 2], D_g = [1, 5]$$

ثابت ۲۸

اداره آموزش دوره دوم متوسطه نظری مازندران

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۲۹

$$-3 < f(3x - 1) \leq 1 \xrightarrow{\times(-2)} -2 \leq -2f(3x - 1) < 2 \xrightarrow{+3} 1 \leq y < 9$$

۴ ۳۰

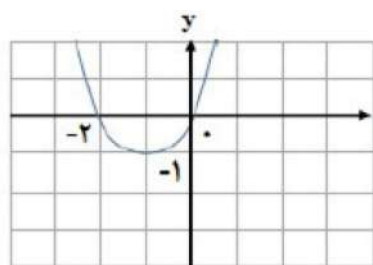
نادرست ۳۱

درست ۳۲

درست ۳۳

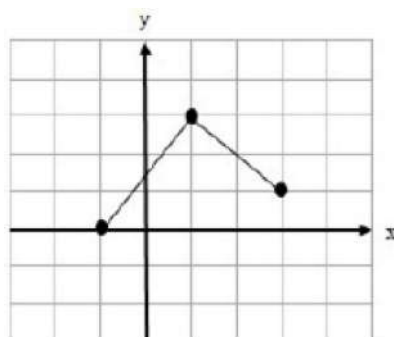
$$2x + 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{-1}{2} \Rightarrow p\left(\frac{-1}{2}\right) = 0 = r$$

۳۴



اکیدا صعودی $[-1, +\infty)$
اکیدا نزولی $(-\infty, -1]$

۳۵



$$D_g = [-1, 2]$$

۳۶

اداره آموزش دوره دوم متوسطه نظری مازندران

۲۹ ۱ ۲ ۳ ۴



باسمه تعالی

اداره کل آموزش و پرورش مازندران

معاونت آموزش متوسطه

اداره آموزش دوره دوم متوسطه نظری

کانال گام نهایی مازندران (شاد) <http://shad.ir/motnazarimazand>

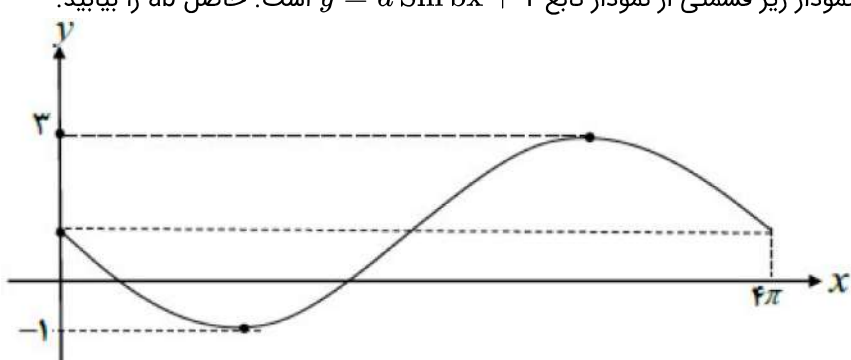
نام درس: حسابان (۲)

پایه: دوازدهم

رشته: ریاضی و فیزیک

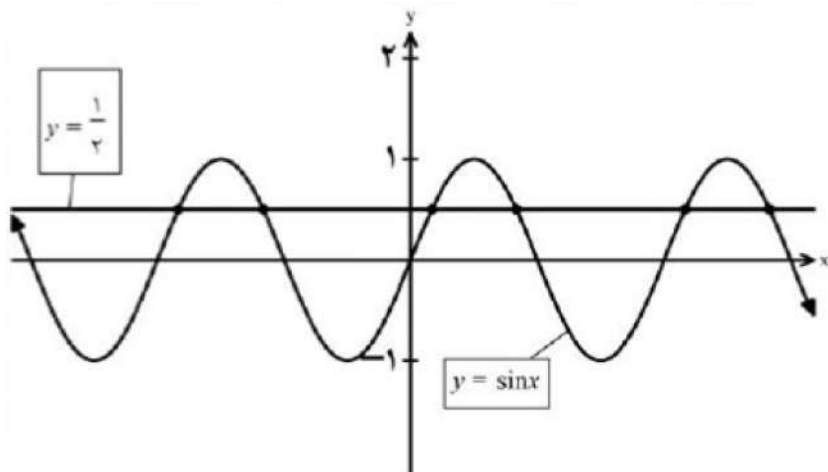
نام و نام خانوادگی دبیر:	نمره با عدد:	نام و نام خانوادگی دبیر:	نمره با عدد:
تاریخ و امضا:	نمره با حروف:	تاریخ و امضا:	نمره با حروف:

ردیف	لطفًا پاسخ سوالات را روی همین برگ بنویسید	بارم
۱	حسابان ۲ (فصل ۲) سوال ۲۶ جواب‌های معادله مثلثاتی $1 = 2 \sin 4x$ را به دست آورید. کدام جواب‌ها در بازه $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ هستند؟ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲	
۲	مقدار ماکزیمم تابع $f(x) = a \cos \frac{x}{2} + 3$ برابر ۶ می‌باشد، a و دوره تناوب را به دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲	
۳	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. - فقط دو زاویه وجود دارد که مقدار کسینوس آن $\frac{2}{5}$ باشد. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲	
۴	نمودار مقابل مربوط به تابعی با ضابطه $y = a \sin(bx) + c$ است. با توجه به نمودار، ضابطه آن را بنویسید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲	
۵	درستی یا نادرستی عبارت زیر را تعیین کنید. - تابع تانژانت در بازه $(-\pi, \pi)$، تابعی صعودی است. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲	
۶	درستی یا نادرستی عبارت زیر را تعیین کنید. - دوره تناوب تابع $y = 5 \cos \frac{x}{2} + 1$ برابر با 4π است. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲	

۷	معادله مثلثاتی $\frac{\sqrt{3}}{2} = 2 \sin x \cos x$ را حل کنید.	سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۲
۸	دوره تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم تابع زیر را به دست آورید. $y = \sqrt{3} - \sin\left(\frac{\pi}{2}x\right)$	سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۲
۹	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. خط $y = \frac{1}{2}$ ، نمودار تابع $y = \sin x$ را در فاصله $[0, 2\pi]$ در یک نقطه قطع می‌کند.	سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۲
۱۰	جواب‌های معادله مثلثاتی $4 \sin x + 2\sqrt{3} = 0$ را در بازه $[0, 2\pi]$ به دست آورید.	سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۲
۱۱	جواب(های) معادله مثلثاتی $\cos 2x - \cos x = 0$ را در بازه $(0, \pi)$ مشخص کنید.	سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۲
۱۲	نمودار زیر قسمتی از نمودار تابع $y = a \sin bx + 1$ است. حاصل ab را بیابید. 	سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۲
۱۳	معادله $\sin x \cos x = \frac{1}{4}$ را حل کنید.	سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۲

اداره آموزش دوره دوم متوسطه نظری مازندران

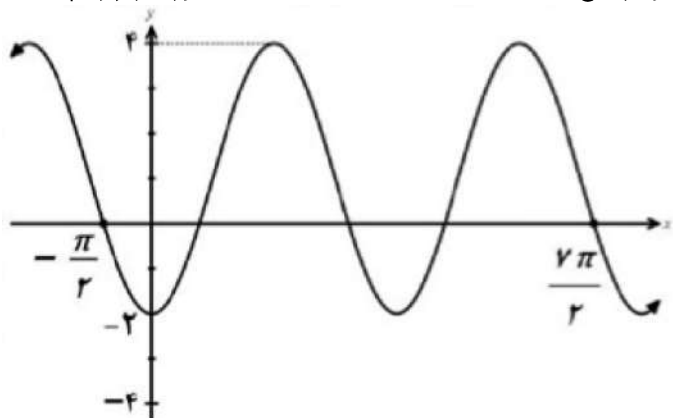
نمودار تابع با ضابطه $y = \sin x$ و خط به معادله $y = \frac{1}{2}$ در دستگاه زیر، رسم شده است. طول نقاط برخورد آن‌ها را بیابید.



۱۴

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۱

نمودار تابع با ضابطه $y = a \cos bx + c$ به صورت زیر رسم شده است. مقدار a ، b و c را به دست آورید.



۱۵

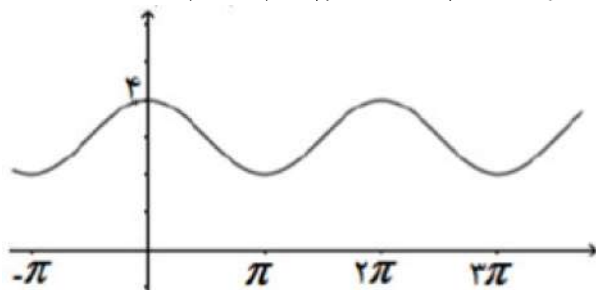
سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۱

معادله مثلثاتی $\cos 2x - \cos x + 1 = 0$ را در بازه $0 \leq x \leq \pi$ حل کنید.

۱۶

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۱

نمودار تابع $f(x) = a + \cos bx$ به صورت مقابل است. حاصل $a + b$ را به دست آورید. ($b > 0$)



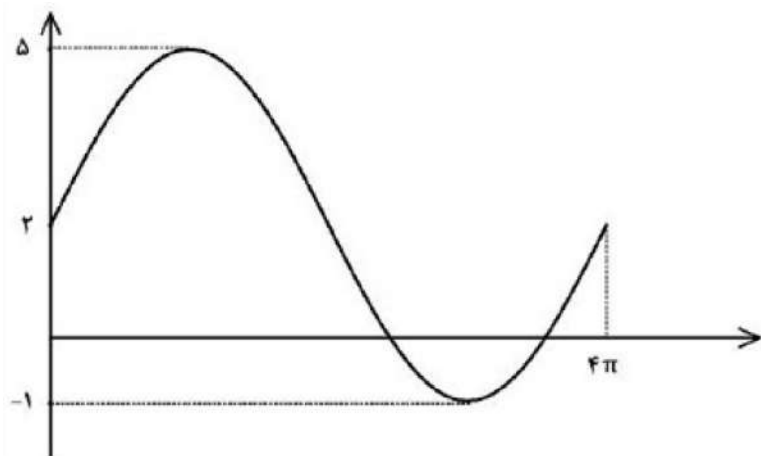
۱۷

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۱

معادله مقابل را حل کنید. $\cos 2x - 3 \sin x + 4 = 0$

۱۸

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریور ماه ۱۴۰۱

۱۹	دوره تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم تابع $y = 3 \cos(\pi x) + 2$ را به دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱
۲۰	نمودار داده شده مربوط به تابعی با ضابطه $y = a \sin bx + c$ است. مقادیر a و b و c را محاسبه کنید و ضابطه آن را مشخص نمایید.  سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱
۲۱	معادله مثلثاتی $2 \cos^2 x + \cos x = 0$ را حل کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱
۲۲	درستی یا نادرستی عبارت زیر را تعیین کنید. - تابع تانژانت در هر بازه‌ای که در آن تعریف شده باشد، صعودی است. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱
۲۳	معادله مثلثاتی $\sin 2x = \sin x$ را حل کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱
۲۴	معادله‌ی یک تابع سینوسی $y = a \sin(bx) + c$ را بنویسید که برد آن $[-4, 4]$ و دوره تناوب آن ۲ است. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱
۲۵	معادله مثلثاتی $\sin 2x - \cos x = 0$ را حل کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱
۲۶	جای خالی را با عدد یا کلمه مناسب کامل کنید. - دوره تناوب تابع $y = 7 \sin\left(\frac{-\pi}{2}x\right) + 2$ برابر است. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱

اداره آموزش دوره دوم متوسطه نظری مازندران

$$\sin 2x = \frac{1}{2} \Rightarrow 2x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{12}$$

۱

$$2x = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{6} \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} + \frac{5\pi}{12} \Rightarrow x = \frac{5\pi}{12}, \frac{\pi}{12}$$

$$|a| + 3 = 6 \Rightarrow |a| = 3$$

۲

$$T = \frac{2\pi}{|b|} \Rightarrow \frac{2\pi}{\frac{1}{2}} = 4\pi$$

۳ نادرست

$$T = 6 \Rightarrow \frac{2\pi}{|b|} = 6 \Rightarrow |b| = \frac{\pi}{3}$$

۴

$$\left. \begin{array}{l} \max = 6 \\ \min = -2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} |a| + c = 6 \\ -|a| + c = -2 \end{array} \right. \Rightarrow 2c = 4 \Rightarrow c = 2 \Rightarrow |a| = 4$$

$$y = a \sin bx + c \Rightarrow y = -4 \sin \left(\frac{\pi}{3}x \right) + 2(y) = +4 \sin \left(-\frac{\pi}{3}x \right) + 2$$

۵ نادرست

۶ درست

$$\sin 2x = \sin \frac{\pi}{3}$$

۷

$$\left\{ \begin{array}{l} 2x = 2k\pi + \frac{\pi}{3} \\ 2x = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{3} \end{array} \right. \quad k \in \mathbb{Z} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x = k\pi + \frac{\pi}{6} \\ x = k\pi + \frac{\pi}{3} \end{array} \right. \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$T = \frac{2\pi}{|b|} \Rightarrow T = 4 \quad \text{Max: } |a| + c = 1 + \sqrt{3}$$

۸

$$\text{Min: } -|a| + c = -1 + \sqrt{3}$$

۹ نادرست

$$2 \sin x + 2\sqrt{3} = 0 \Rightarrow \sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \sin x = \sin \left(-\frac{\pi}{3} \right)$$

۱۰

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x = 2k\pi - \frac{\pi}{3} \\ x = 2k\pi + \frac{2\pi}{3} \end{array} \right. \quad (k \in \mathbb{Z}) \xrightarrow{[0, 2\pi]} \left\{ \begin{array}{l} x = \frac{5\pi}{3} \\ x = \frac{2\pi}{3} \end{array} \right.$$

$$\cos 2x = \cos x \Rightarrow 2x = 2k\pi \pm x \Rightarrow x = \frac{2k\pi}{3} \Rightarrow x = \frac{2\pi}{3}$$

۱۱

$$\frac{2\pi}{|b|} = 4\pi \Rightarrow b = \pm \frac{1}{2}$$

۱۲

$$|a| = \frac{2 - (-1)}{2} = \frac{3}{2} \Rightarrow a = \pm \frac{3}{2}$$

با توجه به نمودار تابع، ab باید عدد منفی شود بنابراین ab = -۱

اداره آموزش دوره دوم متوسطه نظری مازندران

$$r \sin x \cos x = \frac{1}{r} \Rightarrow \sin rx = \frac{1}{r} = \sin\left(\frac{\pi}{r}\right)$$

۱۳

$$\begin{cases} rx = rk\pi + \frac{\pi}{r} \\ rx = rk\pi + \pi - \frac{\pi}{r} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = k\pi + \frac{\pi}{r} \\ x = k\pi + \frac{\pi}{r} \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$$

$$\sin x = \frac{1}{r} \Rightarrow \sin x = \sin \frac{\pi}{r} \Rightarrow \begin{cases} x = rk\pi + \frac{\pi}{r} \\ x = rk\pi + \frac{\pi}{r} \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$$

۱۴

$$rT = \frac{v\pi}{r} - \left(-\frac{\pi}{r}\right) = r\pi \Rightarrow T = r\pi \Rightarrow \frac{r\pi}{|b|} = r\pi \Rightarrow b = \pm 1$$

۱۵

$$c = \frac{r + (-r)}{r} = 1$$

$$\left. \begin{aligned} |a| &= \frac{r - (-r)}{r} = r \\ x &= \text{در} \\ \text{مینیمم دارد} \end{aligned} \right\} \Rightarrow a = -r$$

$$r \cos rx - 1 - \cos x + 1 = 0 \Rightarrow \cos x(r \cos x - 1) = 0$$

۱۶

$$\begin{cases} \cos x = 0 \Rightarrow x = \frac{\pi}{2} \\ \cos x = \frac{1}{r} \Rightarrow x = \frac{\pi}{r} \end{cases}$$

$$\text{Max} = r \Rightarrow a + 1 = r \Rightarrow a = r$$

۱۷

$$T = r\pi : \frac{r\pi}{|b|} = r\pi \Rightarrow |b| = 1 \Rightarrow b = 1 \quad a = r \quad a + b = r$$

$$1 - r \sin rx - r \sin x + r = 0 \Rightarrow -r \sin rx - r \sin x + 0 = 0$$

۱۸

$$\Rightarrow \begin{cases} \sin x = -\frac{0}{r} \quad \text{غ ق ق} \\ \sin x = 1 \Rightarrow x = rk\pi + \frac{\pi}{r} \end{cases}$$

$$T = \frac{r\pi}{|b|} = \frac{r\pi}{|\pi|} = r$$

۱۹

$$\max = |a| + c = 0 \quad \min = -|a| + c = -1$$

$$\begin{cases} |a| + c = 0 \\ -|a| + c = -1 \end{cases} \Rightarrow c = r, a = \pm r$$

۲۰

$$r\pi = \frac{r\pi}{|b|} \Rightarrow |b| = \frac{1}{r} \Rightarrow b = \pm \frac{1}{r} \Rightarrow y = r \sin \frac{x}{r} + r, y = -r \sin \left(-\frac{x}{r}\right) + r$$

$$\cos x(r \cos x + 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{2} \\ r \cos x + 1 = 0 \Rightarrow \cos x = -\frac{1}{r} \Rightarrow x = rk\pi \pm \frac{r\pi}{r} \end{cases}$$

۲۱

درست ۲۲

اداره آموزش دوره دوم متوسطه نظری مازندران

$$\sin rx = \sin x \Rightarrow \begin{cases} rx = rk\pi + x \Rightarrow x = rk\pi, k \in \mathbb{Z} \\ rx = rk\pi + \pi - x \Rightarrow x = \frac{rk\pi}{r} + \frac{\pi}{r}, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

۲۳

$$\begin{aligned} |b| &= \frac{r\pi}{r} = \pi \Rightarrow b = \pm\pi \\ |a| &= \frac{r-(-r)}{r} = r \Rightarrow a = \pm r \\ c &= \frac{r + (-r)}{r} = 0 \end{aligned} \Rightarrow y = \pm r \sin(\pm\pi x)$$

۲۴

$$r \sin x \cos x - \cos x = 0 \Rightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{2} \\ \sin x = \frac{1}{r} \Rightarrow x = rk\pi + \frac{\pi}{r}, x = rk\pi + \frac{\pi}{r} \end{cases}$$

۲۵

۴ ۲۶

اداره آموزش دوره دوم متوسطه نظری مازندران



باسمه تعالی

اداره کل آموزش و پرورش مازندران

معاونت آموزش متوسطه

اداره آموزش دوره دوم متوسطه نظری

نام درس: حسابان (۲)

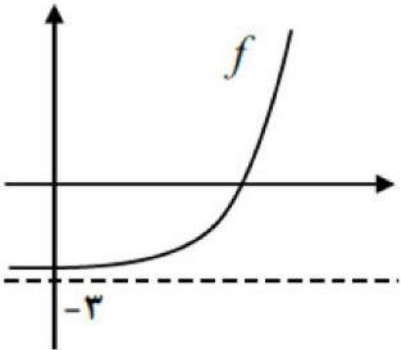
پایه: دوازدهم

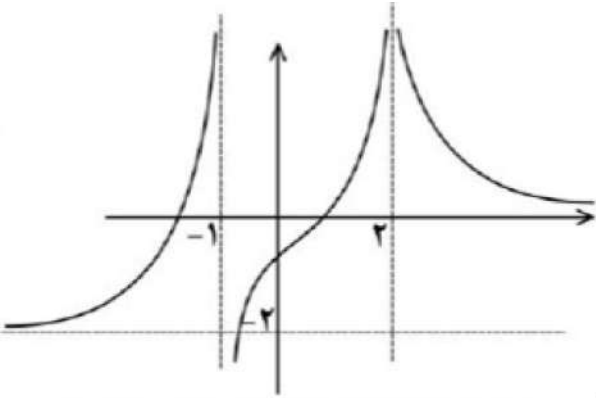
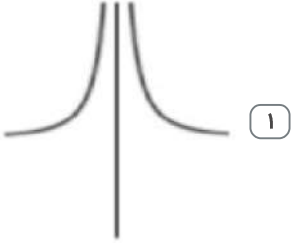
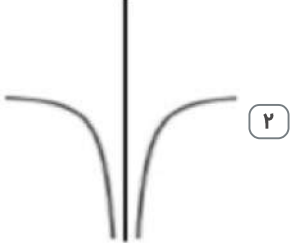
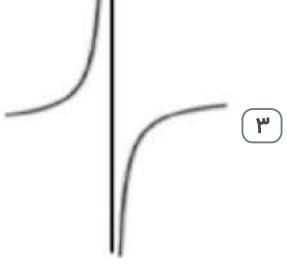
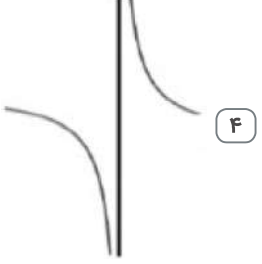
رشته: ریاضی و فیزیک

کانال گام نهایی مازندران (شاد) <http://shad.ir/motnazarimazand>

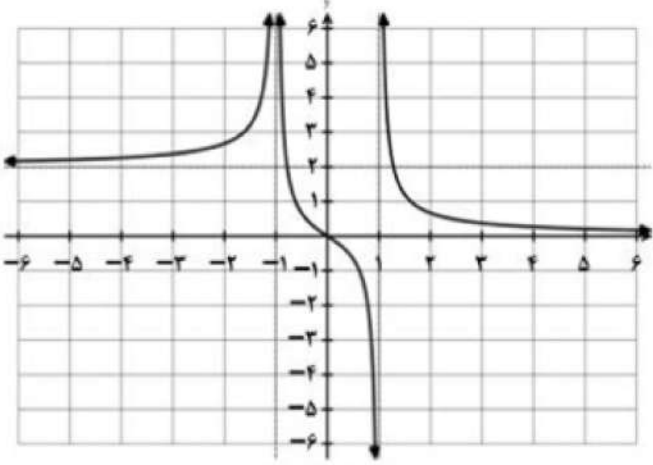
ردیف	نام و نام خانوادگی دبیر:	نمره با عدد:	نمره با حروف:	نام و نام خانوادگی دبیر:	نمره با عدد:	نمره با حروف:	بارم
	نام و نام خانوادگی دبیر:	نمره با عدد:	نمره با حروف:	نام و نام خانوادگی دبیر:	نمره با عدد:	نمره با حروف:	
	نام و نام خانوادگی دبیر:	نمره با عدد:	نمره با حروف:	نام و نام خانوادگی دبیر:	نمره با عدد:	نمره با حروف:	
۱	حدهای زیر را محاسبه کنید.	$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{[x]}{x - 2}$ (الف)	$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1 + x - 4x^2}{3x + 2x^2}$ (ب)	سوال ۲۵	حسابان ۲ (فصل ۳)		
۲	مجاانب‌های قائم و افقی منحنی تابع $f(x) = \frac{x^2 - 1}{4 - 3x - x^2}$ را در صورت وجود بیابید.			سوال ۲۶	حسابان ۲ (فصل ۳)		
۳	حدود توابع زیر را در صورت وجود بیابید.	$\lim_{x \rightarrow -5^-} \frac{x^2 + 2x - 15}{x^2 + 10x + 25}$ (الف)	$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{4 - x + x^2}{5 - 2x^2}$ (ب)	سوال ۲۷	حسابان ۲ (فصل ۳)		
۴	درستی یا نادرستی عبارت زیر را تعیین کنید.	$\lim_{x \rightarrow \pi^+} \frac{1}{\sin x}$ حاصل حد برابر با $-\infty$ است.		سوال ۲۸	حسابان ۲ (فصل ۳)		
۵	حدهای زیر را در صورت وجود محاسبه کنید.	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{3x+1} - 2}{x - 1}$ (ب)	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3}{ 2 - x }$ (الف)	سوال ۲۹	حسابان ۲ (فصل ۳)		

اداره آموزش دوره دوم متوسطه نظری مازندران

	با توجه به نمودار تابع f، حاصل حدهای زیر را به دست آورید.  الف) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \dots$ ب) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \dots$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۲	۶
	مجانِب قائم منحنی تابع $f(x) = \frac{1}{x - x }$ را به دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۲	۷
	حدود توابع زیر را در صورت وجود بیابید. الف) $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{[x] - 1}{(x - 1)^2}$ ب) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^6 + 3x - 1}{2 + x - x^4}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۲	۸
	جاهای خالی را با اعداد مناسب کامل کنید. مجانِب های افقی تابع $y = \frac{ x + 1}{2x - 1}$ برابر و است. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۲	۹
	حدهای زیر را در صورت وجود محاسبه کنید. الف) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - 1}{\sqrt{x} - 1}$ ب) $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x - 2}{ \sin x }$ پ) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^2 + 4x^5}{x^3 - x}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۲	۱۰
	آیا مقدار $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{[x] - 1}$ وجود دارد؟ چرا؟ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۲	۱۱
	مجانِب های قائم و افقی منحنی تابع $f(x) = \frac{3x - 5}{x^2 + 2}$ را در صورت وجود بیابید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۲	۱۲

	حدود توابع زیر را در صورت وجود بیابید. الف) $\lim_{x \rightarrow (\frac{1}{2})^-} \frac{5x}{ 2x - 1 }$ ب) $\lim_{x \rightarrow (-2)^-} \frac{x + 3}{x^2 + 6x + 9}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۲	۱۳
	نمودار تابع f به شکل مقابل است. حدهای زیر را محاسبه کنید. الف) $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x)$ ب) $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$ پ) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۱	۱۴
	کدام شکل وضعیت نمودار تابع $f(x) = \frac{2[x]}{4-x}$، در نزدیکی مجانب قائم آن است؟ (نماد جزء صحیح است.)  ۱  ۲  ۳  ۴ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۱	۱۵
	مجانب افقی تابع $f(x) = \frac{x - 4x^3}{x^3 + 5}$ را به دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۱	۱۶

۱۷	اگر $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{ax - 3}{(2 - x)^2} = +\infty$ باشد، حدود a را تعیین کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۱
۱۸	حدود زیر را در صورت وجود محاسبه کنید. الف) $\lim_{x \rightarrow 9} \frac{\sqrt{x} - 3}{x - 9}$ ب) $\lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{2})^+} \frac{1}{\cos x}$ پ) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2 - x}{5x + 4}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریور ماه ۱۴۰۱
۱۹	اگر خط $y = 2$ مجانب افقی تابع $f(x) = \frac{ax^2 + 1}{2x^2 - 3x}$ باشد، مقدار a را بیابید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریور ماه ۱۴۰۱
۲۰	با توجه به نمودار تابع f، موارد زیر را به دست آورید. الف) $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x)$ ب) $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) \\ \lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) \end{cases}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریور ماه ۱۴۰۱
۲۱	حدود زیر را بیابید. الف) $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{[x] - 2}{x - 2}$ ب) $\lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{2})^+} \frac{2}{\operatorname{tg} x}$ ج) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x^2 + 2x + 1}{4x - 1}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریور ماه ۱۴۰۱

	نمودار تابع f به صورت شکل مقابل است. حدود خواسته شده را محاسبه کنید. الف) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) =$ ب) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) =$ پ) $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) =$ ت) $\lim_{x \rightarrow (1)^-} f(x) =$  سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱	۲۲
	مجاانب‌های قائم و افقی منحنی تابع $f(x) = \frac{1-x^2}{x^2+x}$ را در صورت وجود بیابید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱	۲۳
	حدود توابع زیر را در صورت وجود بیابید. الف) $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2 - 4}{(x - 2)^2}$ ب) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x - x^3}{2x - 1}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱	۲۴
	فرض کنید $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$، محل تقاطع مجانب‌های آن، نقطه $(2, 1)$ است. اگر این تابع از نقطه $(-1, 0)$ بگذرد، ضابطه تابع را به دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۱	۲۵

اداره آموزش دوره دوم متوسطه نظری مازندران

الف) $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{[x]}{x-2} = \frac{1}{0^-} = -\infty$

ب) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1+x-4x^2}{3x+2x^2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-4x^2}{2x^2} = -2$

$-x^2 - 3x + 4 = 0 \Rightarrow x = 1, x = -4$

$x = 1 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{-x^2 - 3x + 4} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+1)}{(x-1)(-x-4)} = -\frac{2}{5}$ پس قائم نیست

$x = 4 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow -4} \frac{x^2 - 1}{-x^2 - 3x + 4} = \frac{15}{0} = \infty$ پس $x = -4$ مجانب قائم است.

$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 1}{4 - 3x - x^2} = -1 \Rightarrow y = -1$ مجانب افقی

الف) $\lim_{x \rightarrow (-5)^-} \frac{x^2 + 2x - 15}{x^2 + 10x + 25} = \lim_{x \rightarrow -5^-} \frac{(x+5)(x-3)}{(x+5)(x+5)} = \frac{-8}{0^-} = +\infty$

ب) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - x + 4}{-2x^2 + 5} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{-2x^2} = -\frac{1}{2}$

درست ۴

الف) $\frac{3}{0^+} = +\infty$

ب) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{3x+1}-2}{x-1} \times \frac{\sqrt{3x+1}+2}{\sqrt{3x+1}+2} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x+1-4}{(x-1)(\sqrt{3x+1}+2)}$
 $= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3(x-1)}{(x-1)(\sqrt{3x+1}+2)} = \frac{3}{4}$

به روش های هم ارزی و هوییتال نمره تعلق نمی گیرد.

الف) -3 ب) $+\infty$

$f(x) = \frac{1}{x-|x|} = \begin{cases} \text{تعریف نشده} & x > 0 \\ \frac{1}{2x} & x < 0 \end{cases}$

$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{2x} = -\infty \Rightarrow x = 0$ مجانب قائم

الف) $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{[x]-1}{(x-1)^2} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{-1}{0^+} = -\infty$

ب) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^4 + 3x - 1}{2 + x - x^4} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^4}{-x^4} = -1$

$y = -\frac{1}{2}$ و $y = \frac{1}{2}$ ۹

اداره آموزش دوره دوم متوسطه نظری مازندران

$$\text{الف) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{\sqrt{x}-1} = \frac{x-1}{\sqrt{x}-1} \times \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+1} = 2$$

۱۰

$$\text{ب) } \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x-2}{|\sin x|} = \frac{-2}{0^+} = -\infty$$

$$\text{پ) } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^2 + 4x^5}{x^2 - x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4x^5}{x^2} = +\infty$$

۱۱) خیر- زیرا تابع $f(x) = \frac{1}{[x]-1}$ در همسایگی راست $x=1$ تعریف نشده است.

۱۲

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x}{x^2} = 0 \Rightarrow y=0 \text{ مجانب افقی}$$

$$x^2 + 2 = 0 \Rightarrow x^2 = -2 \text{ فاقد مجانب قائم } (ص ۶۹)$$

$$\text{الف) } \lim_{x \rightarrow (\frac{1}{2})^-} \frac{\Delta x}{|2x-1|} = \frac{\frac{\Delta}{2}}{0^+} = +\infty$$

۱۳

$$\text{ب) } \lim_{x \rightarrow (-2)^-} \frac{x+3}{x^2+6x+9} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow (-2)^-} \frac{(x+3)}{(x+3)^2} = \frac{1}{0^+} = +\infty$$

$$\text{الف) } -\infty$$

$$\text{ب) } +\infty$$

$$\text{پ) } -2$$

۱۴

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{2[x]}{4-x} = \frac{4}{0^+} = +\infty$$

۱۵) گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\lim_{x \rightarrow 4^+} \frac{2[x]}{4-x} = \frac{8}{0^-} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x-4x^2}{x^2+5} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{-4x^2}{x^2} = -4 \Rightarrow y=-4 \text{ (ص ۶۹)}$$

۱۶

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{ax-3}{(2-x)^2} = \frac{2a-3}{0^+} = +\infty \Rightarrow 2a-3 < 0 \Rightarrow a < \frac{3}{2}$$

۱۷

$$\text{الف) } \lim_{x \rightarrow 9} \frac{\sqrt{x}-3}{x-9} \times \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}+3} = \lim_{x \rightarrow 9} \frac{x-9}{(x-9)(\sqrt{x}+3)} = \frac{1}{6}$$

۱۸

$$\text{ب) } \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \frac{1}{\cos x} = \frac{1}{0^-} = -\infty$$

$$\text{پ) } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x}{\Delta x} = -\frac{1}{\Delta}$$

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{ax^2+1}{2x^2-3x} = 2 \Rightarrow \frac{a}{2} = 2 \Rightarrow a=4$$

۱۹

اداره آموزش دوره دوم متوسطه نظری مازندران

۲) الف)

$$\text{ب) } \begin{cases} \lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = +\infty \end{cases}$$

الف) $\frac{1-2}{2-2} = \frac{-1}{0^-} = +\infty$

ب) $\frac{2}{\text{tg}\left(\frac{\pi}{2}\right)^+} = \frac{2}{-\infty} = 0$

پ) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x^2}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x}{1} = +\infty$

الف) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2$

ب) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$

پ) $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = +\infty$

ت) $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -\infty$

$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{-x^2}{x^2} = -1 \Rightarrow y = -1$ مجانب افقی

$x^2 + x = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -1 & \text{مجانب قائم نیست} \\ x = 0 & \text{مجانب قائم} \end{cases}$

الف) $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{(x-2)(x+1)}{(x-2)^2} = \frac{+2}{0^+} = +\infty$

ب) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x^2}{2} = -\infty$

$cx + d = 0 \Rightarrow d = -2c$

$(-1, 0) \Rightarrow \frac{-a+b}{-c+d} = 0 \Rightarrow a = b$

$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax}{cx} = 1 \Rightarrow a = c$

$f(x) = \frac{x+1}{x-2}$

۱۵ ۱ ۲ ۳ ۴



باسمه تعالی

اداره کل آموزش و پرورش مازندران

معاونت آموزش متوسطه

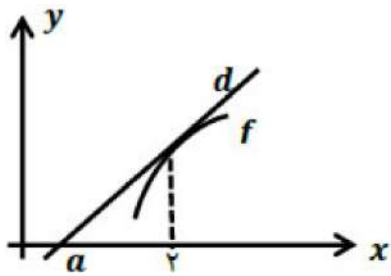
اداره آموزش دوره دوم متوسطه نظری

نام درس: حسابان (۲)

پایه: دوازدهم

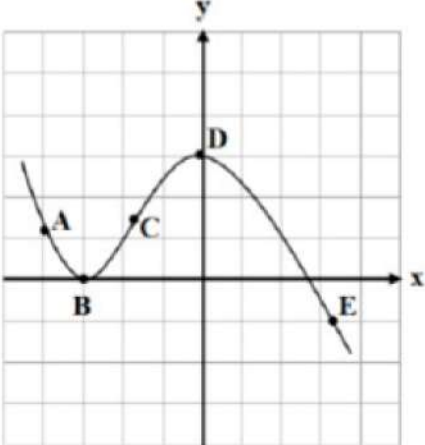
رشته: ریاضی و فیزیک

کانال گام نهایی مازندران (شاد) <http://shad.ir/motnazarimazand>

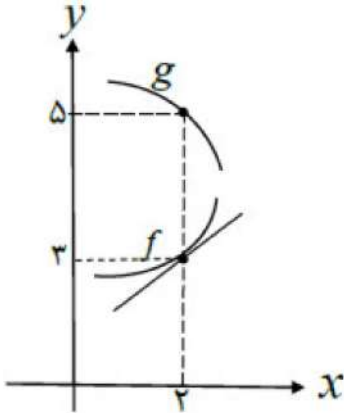
ردیف	نام و نام خانوادگی دبیر:	نمره با عدد:	نمره با حروف:	نام و نام خانوادگی دبیر:	نمره با عدد:	نمره با حروف:	بارم
	تاریخ و امضا:	نمره با عدد:	نمره با حروف:	تاریخ و امضا:	نمره با عدد:	نمره با حروف:	
	لطفا پاسخ سوالات را روی همین برگ بنویسید						
	حسابان 2 (فصل 4) سوال ۵۳						
۱	معادله حرکت متحرکی به صورت $f(t) = 2t^3 + t - 1$ است: الف) سرعت متوسط متحرک در بازه $[1, 2]$ را محاسبه کنید. ب) سرعت لحظه‌ای متحرک در لحظه $t = 2$ چقدر است؟ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲						
۲	مشتق تابع‌های زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.) الف) $f(x) = (2\sqrt{x} + 1)(x^4 - 2x)$ ب) $g(x) = \frac{3x + 1}{x^5 - x + 1}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲						
۳	خط d در نقطه a با طول $x = 2$ بر نمودار تابع $f(x) = -x^2 + 6x - 5$ مماس است. با توجه به شکل مقدار a (نقطه برخورد خط d با محور xها) را بیابید.  سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲						
۴	آهنگ تغییر متوسط تابع $f(x) = \sqrt{x + 5}$ را وقتی متغیر از $x = -1$ به $x = 4$ تغییر می‌کند، به دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲						
۵	اگر $f(x) = 2x^3 + 1$ و $g(x) = \sqrt{x}$ باشند. حاصل $(f \times g)'(1) + (f + g)'(4)$ را به دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲						

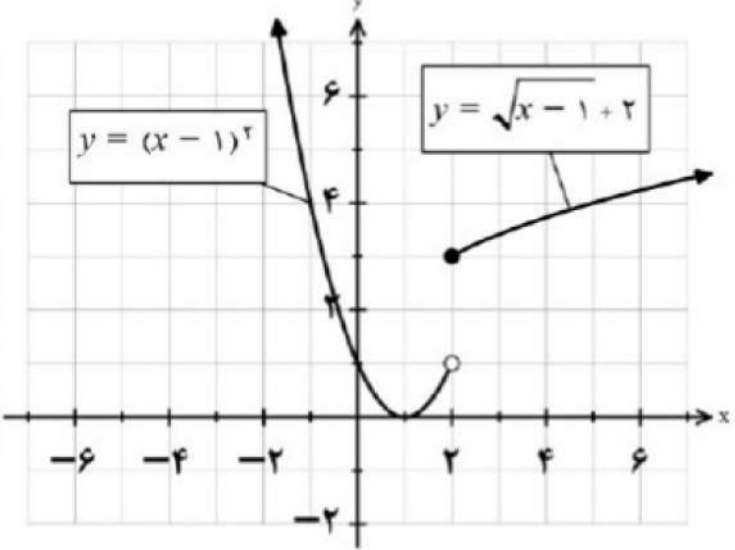
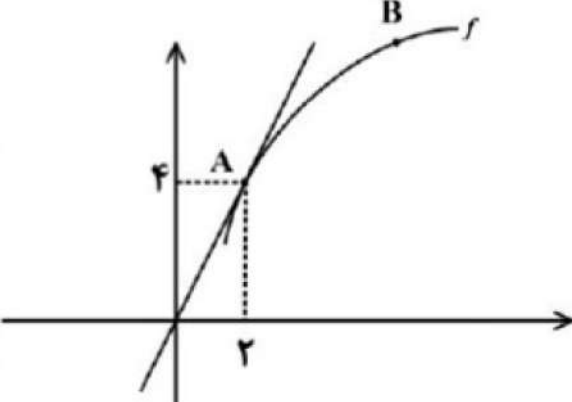
اداره آموزش دوره دوم متوسطه نظری مازندران

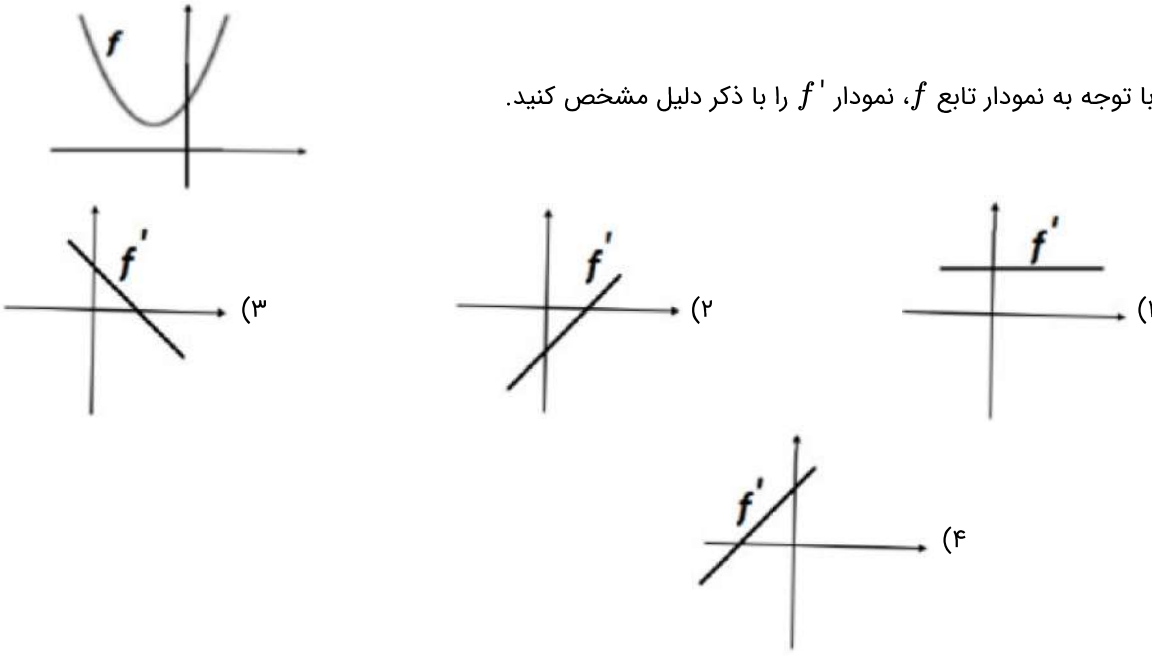
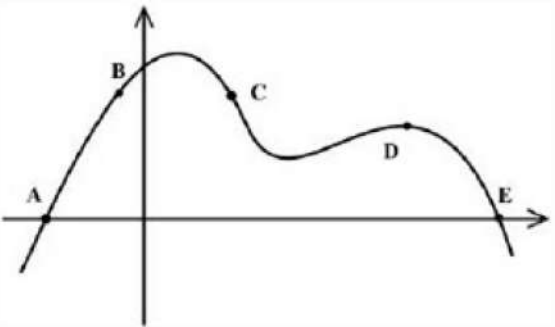
۶	مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.) الف) $f(x) = \frac{\operatorname{tg} x}{1 - \sin x}$ ب) $g(x) = \cos^3(x^2)$ پ) $h(x) = (3x + 5)^6$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲
۷	تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 + x & x \leq 1 \\ x + 1 & x > 1 \end{cases}$ را در نظر بگیرید. مشتق پذیری تابع را در نقطه $x = 1$ بررسی کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲
۸	درستی یا نادرستی عبارت زیر را تعیین کنید. - تابعی وجود ندارد که برای آن شرایط $f(a) = 0$ و $f'(a) = 0$ برقرار باشد. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲
۹	معادله حرکت متحرکی به صورت $f(t) = t^2 + 2t + 3$ بر حسب متر در بازه زمانی $[0, 2]$ (t بر حسب ثانیه) داده شده است. در کدام لحظه، سرعت لحظه‌ای با سرعت متوسط در بازه زمانی $[0, 2]$ با هم برابرند؟ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۲
۱۰	مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.) الف) $g(x) = \frac{(2x - 1)^4}{x^2 + 8}$ ب) $f(x) = \sqrt[3]{2x + 1}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۲
۱۱	اگر $f(x) = \frac{1}{x}$ آن گاه به کمک تعریف مشتق نشان دهید: $f'(x) = -\frac{1}{x^2}$. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۲
۱۲	جمله‌ی زیر را کامل کنید. اگر $f(x) = -x^3$ آن گاه $f''(1)$ برابر است با سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۲
۱۳	تابعی با ضابطه $f(x) = \frac{3x - 6}{x^2 + 2}$ را در نظر بگیرید: الف) آهنگ تغییر متوسط در بازه $[-2, 0]$ را به دست آورید. ب) آهنگ تغییر لحظه‌ای در $x = -1$ را به دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۲
۱۴	مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.) الف) $f(x) = (x^4 + 2x)(\sqrt{x})$ ب) $g(x) = 3 \operatorname{tg} x - \sin^3(2x)$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۲
۱۵	با استفاده از تعریف مشتق تابع، مشتق پذیری تابع $f(x) = \sqrt{x - 2}$ را در نقطه $x = 2$ بررسی نمایید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۲

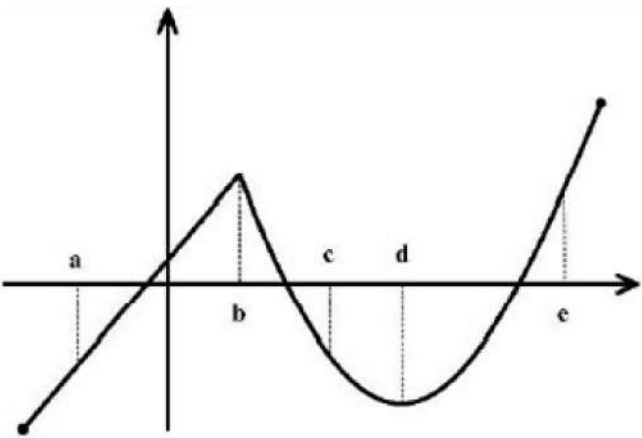
	با توجه به نمودار تابع مقابل: الف) در کدام نقطه مقدار تابع و مقدار مشتق تابع منفی است؟ ب) در کدام نقطه مقدار تابع و مقدار مشتق تابع برابر صفر است؟ پ) در بین نقاط داده شده کدام نقطه بیشترین شیب را دارد؟ ت) شیب نقاط D و A را با هم مقایسه نمایید.  سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۲	۱۶
	درستی یا نادرستی عبارت زیر را تعیین کنید. - اگر تابعی صعودی باشد، آهنگ تغییر متوسط آن همواره صعودی است. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۲	۱۷
	درستی یا نادرستی عبارت زیر را تعیین کنید. - تابع f روی بازه (a, b) مشتق‌پذیر است هرگاه، در هر نقطه این بازه مشتق‌پذیر باشد. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۲	۱۸
	آهنگ تغییر لحظه‌ای تابع $f(x) = 2x^2 + 5x + 1$ در نقطه‌ای به طول $x = 2$ چند برابر آهنگ تغییر متوسط آن در بازه $[-2, 0]$ است؟ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۲	۱۹
	مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.) الف) $f(x) = (\sqrt{3x+2})(x^3+4)$ ب) $g(x) = \frac{-7x^2+1}{x-6}$ پ) $h(x) = (2x^5-1)^4$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۲	۲۰

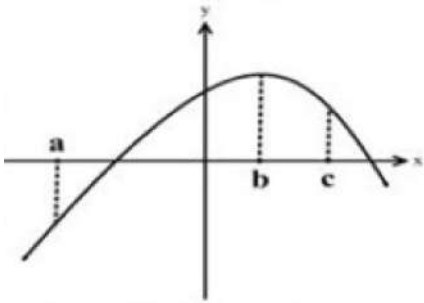
اداره آموزش دوره دوم متوسطه نظری مازندران

	با توجه به نمودارهای توابع f و g حاصل $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)g(x) - 3g(x)}{x - 2}$ چند برابر $f'(2)$ است؟ 	۲۱
	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. - نقطه $(1, 1)$ یک نقطه گوشه‌ای برای تابع $f(x) = 2 - x^2$ است.	۲۲
	در تابعی با ضابطه $f(t) = \frac{120}{t} + 5$ مجموع آهنگ لحظه‌ای تغییر در لحظه $t = 2$ و آهنگ متوسط تغییر تابع $f(t)$ در بازه $[4, 6]$ را بیابید.	۲۳
	مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.) الف) $f(x) = (5x^3 - x)^4 (\sqrt{2x + 1})$ ب) $g(x) = \frac{4 \tan x}{3x^2 - 1}$	۲۴
	اگر $f(x) = \cos 2x$ باشد، مقدار $f''\left(\frac{\pi}{8}\right)$ را به دست آورید.	۲۵
	با استفاده از تعریف مشتق نشان دهید اگر $f(x) = \sqrt{x}$، $x > 0$، آنگاه $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$.	۲۶
	مشتق‌پذیری تابع $f(x) = \begin{cases} 3x - 4 & x < 1 \\ 2x^2 - 3 & x \geq 1 \end{cases}$ را در نقطه $x = 1$ بررسی کنید.	۲۷
	جسمی را از سطح زمین به طور عمودی پرتاب می‌کنیم، جهت حرکت به طرف بالا را مثبت در نظر می‌گیریم. فرض کنیم ارتفاع این جسم از سطح زمین در هر لحظه از معادله $h(t) = -4t^2 + 40t$ به دست می‌آید. الف) سرعت متوسط در بازه $[2, 4]$ را بیابید. ب) در چه زمانی سرعت لحظه‌ای آن برابر ۱۶ متر بر ثانیه است؟	۲۸

	مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست) الف) $f(x) = x(x-1)(x+1)$ ب) $g(x) = \left(\frac{x-1}{x+1}\right)^2$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۱	۲۹
	نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x-1} + 2 & x \geq 2 \\ (x-1)^2 & x < 2 \end{cases}$ به صورت مقابل است:  الف) آیا تابع f در نقطه $x = 2$ مشتق‌پذیر است؟ ب) آیا تابع در بازه $(-\infty, 2)$ مشتق‌پذیر است؟ چرا؟ پ) مشتق راست تابع f در نقطه $x = 2$ را به دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۱	۳۰
	نمودار تابع f به صورت مقابل رسم شده است. اگر خط d در نقطه A بر نمودار تابع f مماس باشد: الف) حاصل $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2}$ را بیابید. ب) شیب خط‌های مماس در نقاط A و B را مقایسه کنید.  سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۱	۳۱
	یک توده باکتری پس از t ساعت دارای جرم $m(t) = \sqrt{t} + 2t$ گرم است. در چه لحظه‌ای، آهنگ رشد جرم توده باکتری برابر آهنگ تغییر متوسط آن در بازه زمانی $0 \leq t \leq 4$ می‌شود؟ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۱	۳۲

	با توجه به نمودار تابع f، نمودار f' را با ذکر دلیل مشخص کنید.  (۱) (۲) (۳) (۴) سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۱	۳۳
	مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.) الف) $f(x) = \sqrt[3]{x}(3x^2 + 2)$ ب) $g(x) = \cos^3(2x) - \frac{1}{x}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۱	۳۴
	معادله خط مماس بر منحنی تابع $f(x) = \sqrt{x}$ را در نقطه‌ای به طول $x = 0$ واقع بر نمودار تابع بنویسید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۱	۳۵
	مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.) الف) $f(x) = \frac{-2x + 3}{x + 4}$ ب) $g(x) = (\sqrt{3x + 1})(x^2 + 2x)$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱	۳۶
	معادله نیم مماس راست تابع $f(x) = x^2 - 1$ را در نقطه‌ای به طول $x = 1$ واقع بر منحنی بنویسید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱	۳۷
	از بین نقاط مشخص شده A و B و C و D و E روی نمودار مقابل، در کدام نقطه: الف) مقدار تابع صفر ولی مقدار مشتق آن مثبت است؟ ب) مقدار تابع مثبت ولی مقدار مشتق آن منفی است؟  سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱	۳۸

۳۹	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. تابع $y = (x^2 - 1)[x]$ در $x = 1$ مشتق پذیر است. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱
۴۰	معادله حرکت متحرکی به صورت $f(t) = 2t^2 - t + 3$ برحسب متر است. (t برحسب ثانیه است). الف) سرعت متوسط تابع در بازه $[0, 3]$ را به دست آورید. ب) سرعت لحظه‌ای تابع را در $t = 4$ به دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱
۴۱	با در نظر گرفتن نمودار تابع f در شکل مقابل از بین نقاط مشخص شده مطلوب است طول نقطه‌ای که: الف) تابع در آن مشتق پذیر نیست. ب) مماس در آن موازی محور طول‌هاست پ) مشتق و مقدار تابع در آن مثبت است.  سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱
۴۲	مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست). الف) $f(x) = (4x^2 - 5x)^3(\sqrt{x} + 1)$ ب) $g(x) = \frac{9x + 1}{x - x^2}$ پ) $h(x) = \sin(3x^2)$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱
۴۳	مشتق پذیری تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & x \geq 1 \\ 3x - 1 & x < 1 \end{cases}$ را در $x = 1$ بررسی کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱
۴۴	معادله حرکت متحرکی به صورت $f(t) = t^2 - t + 10$ برحسب متر در بازه $[0, 5]$ (t برحسب ثانیه) داده شده است. سرعت متوسط را در بازه زمانی $[0, 5]$ و سرعت لحظه‌ای را در لحظه $t = 2$ به دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱
۴۵	مشتق تابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست) $f(x) = \sqrt{\frac{9x - 2}{x + 1}}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱

۴۶	اگر $f(x) = \begin{cases} ax + 1 & x < 0 \\ x^2 + 3x + 1 & x \geq 0 \end{cases}$ در $x = 0$ مشتق‌پذیر باشد، مقدار a را محاسبه کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱
۴۷	اگر توابع f, g مشتق‌پذیر باشند و $f(2) = 3, f'(2) = 5, g(2) = 8, g'(2) = -6$ حاصل $(fg)'(2)$ را به دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱
۴۸	با توجه به نمودار تابع f، اگر شیب خط مماس در نقاط a, b, c به ترتیب با m_c, m_b, m_a نمایش داده شود. کدام یک از گزینه‌های زیر صحیح است؟  $m_c = m_b = m_a$ (۴) $m_a > m_b > m_c$ (۳) $m_b > m_a > m_c$ (۲) $m_c > m_b > m_a$ (۱) سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱
۴۹	اگر سرعت متوسط یک متحرک در یک بازه برابر ۲ متر بر ثانیه باشد و معادله حرکت متحرک به صورت $f(t) = t^3 - t$ بر حسب متر باشد. در کدام لحظه، سرعت لحظه‌ای متحرک برابر سرعت متوسط آن است. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱
۵۰	مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.) الف) $f(x) = (-3x^2 + x)^5 (2x)$ ب) $g(x) = 5 \operatorname{tg} x + \sin x^2$ پ) $h(x) = \frac{2}{x}$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱
۵۱	برای تابع $f(x) = x^3 - 8$ در نقطه تقاطع آن با محور xها معادله خط مماس را بنویسید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱
۵۲	مشتق‌پذیری تابع $f(x) = 2x - 4$ را در $x = 2$ بررسی کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱
۵۳	درستی یا نادرستی عبارت زیر را تعیین کنید. - اگر تابع f در a پیوسته باشد و در این نقطه، مشتق چپ و راست نامتناهی باشد آنگاه $f'(a)$ وجود ندارد. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱

الف) $\frac{f(2) - f(1)}{2 - 1} = 5$

ب) $f'(t) = 2t + 1 \Rightarrow f'(2) = 5$

الف) $f'(x) = \left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right)(x^2 - 2x) + (2x^2 - 2)(2\sqrt{x} + 1)$

ب) $g'(x) = \frac{2(x^5 - x + 1) - (5x^4 - 1)(2x + 1)}{(x^5 - x + 1)^2}$

$f'(x) = -2x + 2 \Rightarrow f'(2) = 2$

$d: (2, 3), (a, 0): 2 = \frac{0 - 3}{a - 2} \Rightarrow a = \frac{1}{2}$

$\frac{f(4) - f(-1)}{4 - (-1)} = \frac{3 - 2}{5} = \frac{1}{5}$

$(f + g)'(4) = f'(4) + g'(4) = (2(4)^2) + \frac{1}{2\sqrt{4}} = 32 + \frac{1}{4}$

$f'(1)g(1) + g'(1)f(1) = (2)(1) + \left(\frac{1}{2}\right)(3) = 2 + \frac{3}{2}$

$(f + g)'(4) + (f \times g)'(1) = 32 + \frac{1}{4} + 2 + \frac{3}{2} = \frac{115}{4}$

الف) $f'(x) = \frac{5(1 + \tan^2 x)(1 - \sin x) - (-\cos x)(5 \tan x)}{(1 - \sin x)^2}$

ب) $g'(x) = -2 \cos^2(x^2) \times 2x \times \sin(x^2)$

پ) $h'(x) = 2 \times 3 \times (2x + 5)^5$

$f'_+(1) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x + 1 - 2}{x - 1} = 1$

$f'_-(1) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2 + x - 2}{x - 1} = 3$

$f'_+(1) \neq f'_-(1)$ در نتیجه تابع در $x = 1$ مشتق پذیر نیست.

نادرست ۸

$f'(t) = 2t + 2$

متوسط $\frac{f(2) - f(0)}{2 - 0} = \frac{11 - 3}{2} = 4$

$2t + 2 = 4 \Rightarrow t = 1$

۹

اداره آموزش دوره دوم متوسطه نظری مازندران

$$\text{الف}) g'(x) = \frac{4 \times 2 \times (2x - 1)^2 (x^2 + 8) - 2x^2 (2x - 1)^2}{(x^2 + 8)^2}$$

۱۰

$$\text{ب}) f'(x) = \frac{2}{3\sqrt[3]{(2x+1)^2}}$$

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{x+h} - \frac{1}{x}}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-1}{x(x+h)} = -\frac{1}{x^2}$$

۱۱

۱۲ -۶

$$\text{الف}) \frac{f(0) - f(-2)}{0 - (-2)} = \frac{-3 + 2}{2} = -\frac{1}{2}$$

۱۳

$$\text{ب}) f'(x) = \frac{-3x^2 + 12x + 6}{(x^2 + 2)^2} \Rightarrow f'(-1) = -1$$

$$\text{الف}) f(x) = (x^4 + 2x)(\sqrt{x}) \Rightarrow f'(x) = (4x^3 + 2)(\sqrt{x}) + \frac{1}{2\sqrt{x}}(x^4 + 2x)$$

۱۴

$$\text{ب}) g(x) = 3 \operatorname{tg} x - \sin^2(2x) \Rightarrow g'(x) = 3(1 + \operatorname{tg}^2 x) - 4 \sin^2 x \cos 2x$$

$$f'(2) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x-2}}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{\sqrt{x-2}} = +\infty$$

۱۵

تابع در نقطه $x = 2$ مشتق پذیر نیست.

$$m_D > m_A \text{ (ت)}$$

پ (ب)

ب (ب)

الف (ب)

۱۶

۱۷ نادرست

۱۸ درست

$$f'(x) = 4x + 5 \Rightarrow f'(2) = 13$$

$$\frac{f(0) - f(-2)}{0 - (-2)} = \frac{1 - (-1)}{2} = 1$$

۱۹

پس آهنگ تغییر لحظه‌ای تابع در نقطه $x = 2$ ، ۱۳ برابر آهنگ تغییر متوسط آن در بازه $[-2, 0]$ است.

$$\text{الف}) f'(x) = \frac{3}{2\sqrt{3x+2}}(x^2 + 4) + 3x^2(\sqrt{3x+2})$$

۲۰

$$\text{ب}) g'(x) = \frac{(-14x)(x-6) - (1)(-2x^2+1)}{(x-6)^2}$$

$$\text{پ}) h'(x) = 4(2x^5 - 1)^2(10x^4)$$

اداره آموزش دوره دوم متوسطه نظری مازندران

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)g(x) - 3g(x)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)g(x) - f(2)g(x)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} g(x) \frac{f(x) - f(2)}{x - 2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} g(x) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = 5f'(2)$$

۲۱

۲۲ نادرست

$$f'(t) = \frac{-120}{t^2} \Rightarrow f'(2) = \frac{-120}{4} = -30$$

۲۳

$$\text{آهنگ متوسط} = \frac{f(6) - f(4)}{6 - 4} = \frac{\left(\frac{120}{6} + 5\right) - \left(\frac{120}{4} + 5\right)}{6 - 4} = \frac{25 - 35}{2} = -5$$

$$\Rightarrow -30 - 5 = -35$$

الف) $f'(x) = 9(15x^2 - 1)(5x^2 - x)^{\frac{1}{2}} (\sqrt{2x+1}) + \left(\frac{2}{2\sqrt{2x+1}}\right)(5x^2 - x)^{\frac{1}{2}}$ (ص ۹۴)

۲۴

ب) $g'(x) = \frac{2(1 + \tan^2 x)(3x^2 - 1) - (2x) \times (2 \tan x)}{(3x^2 - 1)^2}$ (ص ۹۶)

$$f'(x) = -2 \sin 2x \Rightarrow f''(x) = -2 \cos 2x$$

۲۵

$$f''\left(\frac{\pi}{4}\right) = -2 \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) = -2\sqrt{2} \text{ (ص ۱۰۱)}$$

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+h} - \sqrt{x}}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(\sqrt{x+h} - \sqrt{x})(\sqrt{x+h} + \sqrt{x})}{h(\sqrt{x+h} + \sqrt{x})} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{x+h-x}{h(\sqrt{x+h} + \sqrt{x})}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h}{h(\sqrt{x+h} + \sqrt{x})} = \frac{1}{2\sqrt{x}} \text{ (ص ۹۳)}$$

۲۶

(در صورت استفاده از فرمول‌های دیگر مشتق، بارم به تناسب تقسیم شود.)

۲۷ تابع پیوسته است.

$$f'_{+}(1) = \lim_{x \rightarrow 1^{+}} \frac{2x^2 - 3 + 1}{x - 1} = 4$$

$$f'_{-}(1) = \lim_{x \rightarrow 1^{-}} \frac{2x - 4 + 1}{x - 1} = 3$$

در نقطه $x = 1$ مشتق‌ناپذیر است. $f'_{+}(1) \neq f'_{-}(1)$

(در صورت استفاده از فرمول‌های دیگر مشتق، برای محاسبه مشتق چپ و راست، بارم به تناسب تقسیم شود.)

الف) $\text{سرعت متوسط} = \frac{h(4) - h(2)}{4 - 2} = \frac{96 - 64}{2} = 16$

۲۸

ب) $h'(t) = -8t + 40 = 16 \Rightarrow t = 3$

اداره آموزش دوره دوم متوسطه نظری مازندران

الف) $f(x) = x^3 - x \Rightarrow f'(x) = 3x^2 - 1$

۲۹

ب) $g'(x) = 3 \left(\frac{2x-1}{x+1} \right)^2 \left(\frac{2(x+1) - 1(2x-1)}{(x+1)^2} \right)$

الف) خیر - چون ناپیوسته است.

۳۰

ب) بله، در تمام نقاط بازه $(-\infty, 2)$ مشتق پذیر است.

پ) $x \geq 2 : f(x) = \sqrt{x-1} + 2 \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x-1}} \Rightarrow f'_+(2) = \frac{1}{2}$

الف) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = f'(2) = \frac{4}{2} = 2$

۳۱

ب) $m_A > m_B$

$m'(t) = \frac{1}{2\sqrt{t}} + 2 \Rightarrow \text{آهنگ متوسط} = \frac{10 - 0}{4 - 0} = \frac{5}{2}$

۳۲

$\frac{1}{2\sqrt{t}} + 2 = \frac{5}{2} \Rightarrow \sqrt{t} = 1 \Rightarrow t = 1$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. مشتق سهمی، تابع خطی (غیرثابت) است. چون طول نقطه مینیمم، منفی است پس f' محور x

۳۳

ها را در ناحیه $x < 0$ قطع می کند.

x	$x_S < 0$	
f	نزولی	صعودی
f'	-	+

الف) $f'(x) = \frac{y}{2\sqrt{y}x} (2x^y + 2) + \sqrt{y}x^{\frac{y}{2}}$

۳۴

ب) $g'(x) = 3(-2 \sin 2x)(\cos 2x) - \left(-\frac{1}{x^2}\right)$

$f'(\cdot) = m = \lim_{x \rightarrow \cdot} \frac{\sqrt{x} - \cdot}{x} = \lim_{x \rightarrow \cdot} \frac{1}{\sqrt{x}} = +\infty, A(\cdot, \cdot)$

۳۵

معادله مماس قائم: $x = 0$

الف) $f'(x) = \frac{-2(x+4) - 1(-2x+3)}{(x+4)^2}$

۳۶

ب) $g'(x) = \frac{3}{2\sqrt{3x+1}}(x^2 + 2x) + (2x+2)(\sqrt{3x+1})$

$f'_+(1) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{|x^2 - 1| - \cdot}{x - 1} = 2 \Rightarrow y - \cdot = 2(x - 1)$

۳۷

ب) C

الف) A

۳۸

اداره آموزش دوره دوم متوسطه نظری مازندران

۳۹ نادرست

الف) $\frac{f(3) - f(0)}{3 - 0} = \frac{18 - 3}{3} = 5$

۴۰

ب) $f'(t) = 4t - 1 \Rightarrow f'(4) = 15$

پ) e

د) b

۴۱ الف) b

الف) $f'(x) = 3(4x^2 - 5x)^2 (\sqrt{x} + 1) + \frac{1}{2\sqrt{x}}(4x^2 - 5x)^2$

۴۲

ب) $g'(x) = \frac{4(x - x^2) - (1 - 2x)(4x + 1)}{(x - x^2)^2}$

پ) $h'(x) = 4x \cos(3x^2)$

۴۳ تابع در $x = 1$ پیوسته است.

$f'_+(1) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2 + 1 - 2}{x - 1} = 2, f'_-(1) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{3x - 1 - 2}{x - 1} = 3$

$f'_+(1) \neq f'_-(1)$ پس تابع در $x = 1$ مشتق‌پذیر نمی‌باشد.

$\frac{\Delta f}{\Delta t} = \frac{f(5) - f(0)}{5 - 0} = \frac{30 - 10}{5} = 4$

۴۴

$f'(t) = 2t - 1 \Rightarrow f'(2) = 2(2) - 1 = 3$

$f'(x) = \frac{\frac{4(x+1) - 1(4x-2)}{(x+1)^2}}{2\sqrt{\frac{4x-2}{x+1}}}$

۴۵

۴۶ تابع f در نقطه $x = 0$ پیوسته است.

$f'_+(0) = 3 \Rightarrow a = 3$
 $f'_-(0) = a$

$(fg)'(2) = f'(2)g(2) + f(2)g'(2) = 5 \times 8 + 3(-6) = 22$

۴۷

۴۸ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$f'(t) = 3t^2 - 1 = 2 \Rightarrow 3t^2 = 3 \Rightarrow t = \pm 1 \Rightarrow t = 1$

۴۹

الف) $f'(x) = 5(-4x + 1)(-3x^2 + x)^4 (2x) + (2)(-3x^2 + x)^5$

۵۰

ب) $g'(x) = 5(1 + \tan^2 x) + 2x \cos x^2$

پ) $h'(x) = \frac{-2}{x^2}$

$x^2 - 8 = 0 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow (2, 0)$

۵۱

$f'(x) = 3x^2 \Rightarrow m = f'(2) = 12, y - 0 = 12(x - 2) \Rightarrow y = 12x - 24$

اداره آموزش دوره دوم متوسطه نظری مازندران

۵۲ تابع در این نقطه مشتق پذیر نمی باشد.

$$f'_{+}(۲) = \lim_{x \rightarrow ۲^{+}} \frac{|۲x-۴|}{x-۲} = \lim_{x \rightarrow ۲^{+}} \frac{۲(x-۲)}{x-۲} = ۲$$
$$f'_{-}(۲) = \lim_{x \rightarrow ۲^{-}} \frac{|۲x-۴|}{x-۲} = \lim_{x \rightarrow ۲^{-}} \frac{-۲(x-۲)}{x-۲} = -۲ \Rightarrow f'_{+}(۲) \neq f'_{-}(۲)$$

۵۳ درست

۴۸ ۱ ۲ ۳ ۴



باسمه تعالی

اداره کل آموزش و پرورش مازندران

معاونت آموزش متوسطه

اداره آموزش دوره دوم متوسطه نظری

کانال گام نهایی مازندران (شاد) <http://shad.ir/motnazarimazand>

نام درس: حسابان (۲)

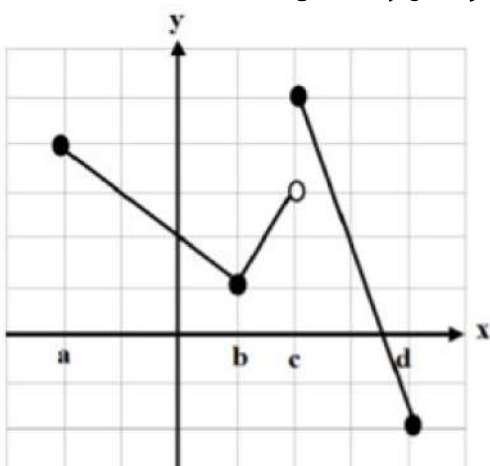
پایه: دوازدهم

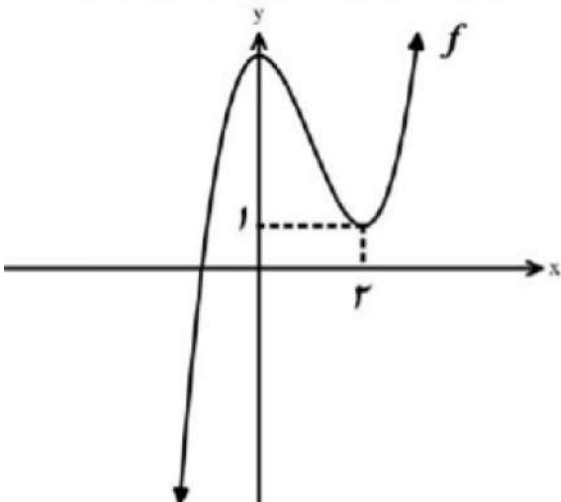
رشته: ریاضی و فیزیک

نام و نام خانوادگی دبیر:	نمره با عدد:	نام و نام خانوادگی دبیر:	نمره با عدد:
تاریخ و امضا:	نمره با حروف:	تاریخ و امضا:	نمره با حروف:

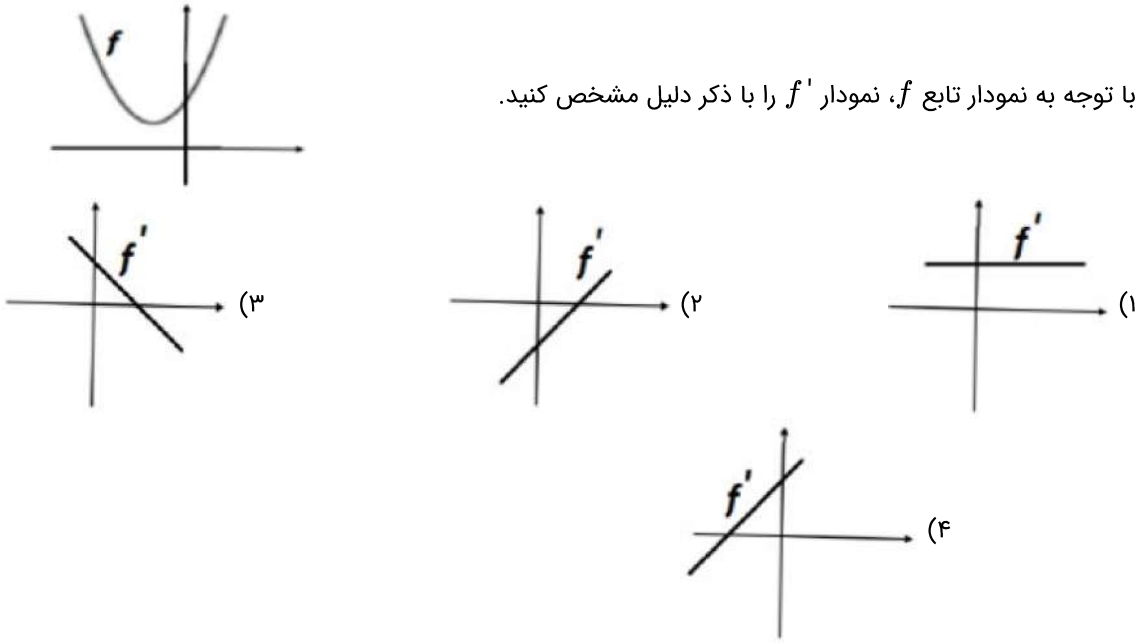
ردیف	لطفاً پاسخ سوالات را روی همین برگ بنویسید	بارم
۱	حسابان 2 (فصل 5) ۴۴ سوال می‌خواهیم یک قوطی فلزی استوانه‌ای شکل و درواز بسازیم که گنجایش آن دقیقاً ۹۰۰ سانتی‌متر مکعب است. ابعاد قوطی چقدر باشد تا مقدار فلز به کار رفته در تولید آن مینیمم شود؟ ($\pi \simeq 3$) سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲	
۲	با رسم جدول تغییرات تابع $f(x) = x^3 - 27x + 1$ مشخص کنید تابع در کدام بازه‌ها اکیداً صعودی است؟ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲	
۳	جدول رفتار و نمودار تابع $y = \frac{2x - 1}{x + 3}$ را رسم کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲	
۴	نقطه عطف تابع $f(x) = x^3 + ax^2 + bx$، نقطه $(1, -11)$ می‌باشد. مقدار a و b را بیابید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲	
۵	مقادیر ماکزیمم و مینیمم مطلق تابع $f(x) = x^3 - 6x^2$ را روی بازه $[-2, 3]$ بیابید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲	
۶	دو عدد حقیقی بیابید که تفاضل آنها ۸ باشد و حاصل ضربشان کمترین مقدار ممکن گردد. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۲	
۷	نقاط بحرانی تابع زیر را به دست آورید و سپس با رسم جدول تغییرات تابع، نقاط ماکزیمم نسبی و مینیمم نسبی آن را در صورت وجود مشخص کنید. $f(x) = -2x^3 + 3x^2 + 12x - 9$ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۲	
۸	جدول رفتار و نمودار تابع $y = \frac{2}{3}x^3 - x^2$ را رسم کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۲	

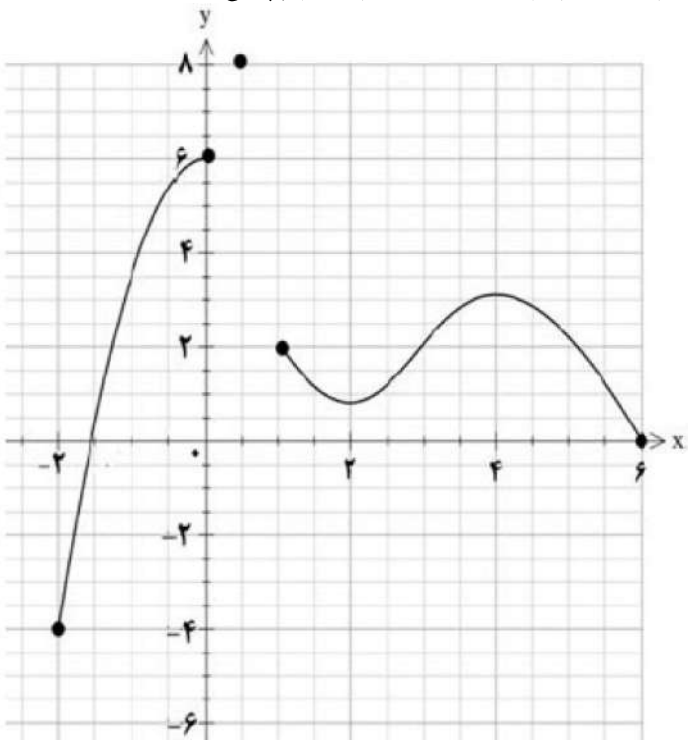
اداره آموزش دوره دوم متوسطه نظری مازندران

۹	ابتدا جهت تقعر تابع $f(x) = \frac{2x+1}{x-1}$ را در دامنه آن بررسی نمایید و سپس نقطه عطف آن را در صورت وجود، به دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۲
۱۰	اکسترم‌های مطلق تابع $f(x) = x^5 - 5x$ را در بازه $[0, 2]$ به دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۲
۱۱	پنجره‌ای به شکل یک مستطیل و نیم‌دایره‌ای بر روی آن داریم به طوری که قطر نیم‌دایره برابر با پهناى مستطیل است. اگر محیط این پنجره ۶ متر باشد، ابعاد آن را طوری بیابید که بیشترین نوردهی را داشته باشد. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۲
۱۲	بزرگترین بازه از R که تابع $f(x) = -2x^3 + 6x + 11$ در آن صعودی اکید باشد را با استفاده از جدول تغییرات بیابید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۲
۱۳	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. - هر نقطه اکسترم نسبى تابع، یک نقطه بحرانی آن تابع است. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۲
۱۴	جدول رفتار و نمودار تابع $y = \frac{-x}{x+1}$ را رسم کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۲
۱۵	با رسم جدول تغییرات نشان دهید که تابع $f(x) = \frac{1}{2}x^4 + x^2 + 1$ در چه بازه‌هایی صعودی و در چه بازه‌هایی نزولی است. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۲
۱۶	مقادیر a و b و c را در تابع $f(x) = ax^3 + bx^2 + c$ طوری به دست آورید که در شرایط زیر صدق کند. $f(0) = 1$ و $f(2) = -3$ و $x = 1$ طول نقطه عطف نمودار تابع f باشد. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۲
۱۷	در شکل زیر نمودار تابع f رسم شده است. طول نقاط اکسترم‌های نسبى و مطلق را مشخص کنید.  سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۲

۱۸	درستی یا نادرستی عبارت زیر را تعیین کنید. اگر $f'(c) = 0$ باشد، آنگاه $x = c$ یک نقطه اکسترمم نسبی است. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۲
۱۹	دو عدد حقیقی بیابید که تفاضل آن‌ها ۱۰ باشد و حاصل ضربشان کمترین مقدار ممکن گردد. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۱
۲۰	نمودار تابع با ضابطه $f(x) = x^3 + bx^2 + d$ به صورت شکل مقابل رسم شده است. مقادیر b و d را بیابید.  سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۱
۲۱	فرض کنید $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$، محل تقاطع مجانب‌های آن، نقطه $(2, 1)$ است. اگر این تابع از نقطه $(-1, 0)$ بگذرد، ضابطه تابع را به دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۱
۲۲	جدول رفتار و نمودار تابع $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x$ را رسم کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۱
۲۳	یک مستطیل در یک نیم‌دایره محاط شده است. اگر شعاع دایره ۴ سانتی‌متر باشد، طول و عرض مستطیل را طوری به دست آورید که مساحت آن بیشترین مقدار ممکن باشد. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۱

اداره آموزش دوره دوم متوسطه نظری مازندران

	با توجه به نمودار تابع f، نمودار f' را با ذکر دلیل مشخص کنید. 	۲۴
	نشان دهید در بین مستطیل‌هایی با محیط ۱۶ سانتی‌متر، مستطیلی بیشترین مساحت را دارد که طول و عرض آن هم‌اندازه باشند. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱	۲۵
	با تشکیل جدول تغییرات تابع $f(x) = x^3 - 12x + 4$، مشخص کنید تابع در چه بازه‌هایی صعودی اکید است؟ سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱	۲۶
	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. - هر نقطه دلخواه از دامنه تابع ثابت، یک نقطه بحرانی است. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱	۲۷
	جدول رفتار و نمودار تابع $f(x) = \frac{x+3}{1-x}$ رسم کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱	۲۸
	جهت تقعر و مختصات نقطه عطف تابع $f(x) = x(x^2 - 3) + 1$ را تعیین کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱	۲۹
	ضرایب a و b را در تابع $f(x) = x^2 + ax - b$ طوری پیدا کنید که نقطه $(1, 2)$ اکسترمم نسبی تابع باشد. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱	۳۰
	جای خالی را با عبارت مناسب کامل کنید. - اگر f یک تابع و $I \subseteq D_f$ یک همسایگی از نقطه c باشد که به ازای هر x متعلق به I داشته باشیم $f(x) \leq f(c)$ در این صورت $f(c)$ را یک تابع f می‌نامیم. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱	۳۱

۳۲	درستی یا نادرستی عبارت زیر را تعیین کنید. - اگر برای تابع f داشته باشید $f''(c) = 0$ آن گاه همواره نقطه $(c, f(c))$ نقطه عطف تابع است. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱
۳۳	اگر بین دو عدد حقیقی x و y رابطه‌ای $5x - y = 10$ برقرار باشد، مقادیر x و y را طوری به دست آورید که حاصل ضرب این دو عدد مینیمم گردد. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱
۳۴	اکستریمم نسبی تابع $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 3x + \frac{2}{3}$ را در صورت وجود به دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱
۳۵	جدول رفتار و نمودار تابع $y = \frac{2x - 1}{x - 2}$ را رسم کنید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱
۳۶	با توجه به نمودار داده شده، به سؤالات زیر پاسخ دهید.  الف) مقدار ماکزیمم مطلق را بنویسید. ب) مقدار مینیمم مطلق را بنویسید. پ) طول نقطه ماکزیمم نسبی را بنویسید. ت) طول نقطه مینیمم نسبی را بنویسید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱
۳۷	اگر نقطه $A(-1, 1)$ نقطه عطف تابع با ضابطه $f(x) = ax^3 + bx^2 + 2$ باشد. مقادیر a و b را به دست آورید. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱
۳۸	جای خالی را با عدد یا کلمه مناسب کامل کنید. - اگر برای هر x در بازه I، $f''(x) > 0$، آنگاه نمودار $f(x)$ در این بازه تقعر رو به دارد. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱

۳۹	درستی یا نادرستی عبارت زیر را تعیین کنید. - هر نقطه بحرانی تابع $f(x)$، یک نقطه اکسترمم نسبی تابع $f(x)$ است. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱
۴۰	جاهای خالی را با عدد یا کلمه مناسب کامل کنید. الف) اگر دوره تناوب تابع $y = \sin bx$ برابر $\frac{\pi}{3}$ باشد، مقدار b برابر است. ب) دامنه تابع $y = \tan(2x)$ برابر است. پ) اگر $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{mx^2 + x}{2x^2 + 3} = 7$ آنگاه m برابر عدد است. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۲
۴۱	در جاهای خالی عبارت ریاضی مناسب قرار دهید. الف) اگر $f(x) = 2x^3 - 1$ باشد، حاصل $f^{-1}(15)$ برابر است. ب) حاصل حد تابع $f(x) = \frac{2x^2}{3x^2 - 1}$ وقتی $x \rightarrow +\infty$ میل می‌کند برابر است. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۱
۴۲	درستی یا نادرستی عبارت‌های زیر را مشخص کنید. الف) تابع $y = 2x(1 - 3x^2) + 1$ یک تابع چند جمله‌ای از درجه سوم است. ب) نمودار تابع $y = x^2$ در بازه $(0, 1)$ پایین‌تر از، نمودار تابع $y = x^3$ است. پ) هر تابع یکنوا، یک به یک است. ت) مقدار عددی عبارت $\cos^2 15^\circ - \sin^2 15^\circ$ برابر $\frac{\sqrt{3}}{2}$ است. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۱
۴۳	جاهای خالی را با عبارت مناسب کامل کنید. الف) اگر مقدار a برابر باشد، تابع $f(x) = ax + b$ هم صعودی و هم نزولی است. ب) دوره تناوب و مقدار ماکزیمم تابع $f(x) = 3 \sin 2x$ به ترتیب برابر و است. پ) حاصل $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \left(\frac{x+1}{\tan x} \right)$ برابر است. ت) اگر تابع f در $x = a$ پیوسته، آنگاه f در $x = a$ مشتق‌پذیر نیست. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۱
۴۴	درستی یا نادرستی عبارت‌های زیر را تعیین کنید. الف) نقطه $(-8, 6)$ روی نمودار $y = f(x)$ با نقطه $(-8, 12)$ روی نمودار $y = \frac{1}{2}f(x)$ متناظر است. ب) نمودار تابع $y = -(x-3)^3$ را می‌توان با ۳ واحد انتقال نمودار $y = -x^3$ به سمت راست رسم کرد. پ) تابع $f(x) = x^2 - 4x$ روی بازه $[2, +\infty)$ اکیداً صعودی است. ت) اگر $f'(1) = 2$ و $g'(1) = -3$ باشد، حاصل $(3f + g)'(1)$ برابر ۹ است. سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۱

$$h = \frac{300}{r^2}$$

$$S = \frac{1800}{r} + 3r^2$$

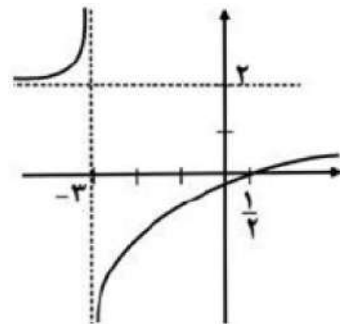
$$S' = \frac{-1800}{r^2} + 6r = 0$$

$$r = \sqrt[3]{300} \Rightarrow h = \sqrt[3]{300}$$

X		-3		3	
f'(X)	+	0	-	0	+

$$f'(x) = 3x^2 - 27 = 0 \Rightarrow x = \pm 3$$

اکیداً صعودی $(-\infty, -3], [3, +\infty)$



$$y' = \frac{2(x+3)-1(2x-1)}{(x+3)^2} = \frac{7}{(x+3)^2} > 0$$

مجانِب قائم $x = -3$

مجانِب افقی $y = 2$

X	$-\infty$	-3	$+\infty$
y'	+		+
	$+\infty$		$-\infty$

$$f(x) = x^3 + ax^2 + bx$$

$$f(1) = -11 \Rightarrow 1 + a + b = -11$$

$$f''(1) = 0 \Rightarrow 6(1) + 2a = 0 \Rightarrow a = -3 \Rightarrow b = -9$$

$$y' = 3x^2 - 12x = 0 \Rightarrow x = 0, x = 4 \notin [-2, 3]$$

$$f(-2) = 32, f(0) = 0, f(3) = -27$$

$$\text{مینیمم مطلق} = -32$$

$$\text{ماکزیمم مطلق} = 0$$

$$x - y = 8 \Rightarrow x = 8 + y$$

$$s = xy = (8 + y)y = y^2 + 8y$$

$$s' = 2y + 8 = 0 \quad \begin{cases} y = -4 \\ x = 4 \end{cases}$$

اداره آموزش دوره دوم متوسطه نظری مازندران

$$f'(x) = -\epsilon x^2 + \epsilon x + 12 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 2 \end{cases}$$

۷

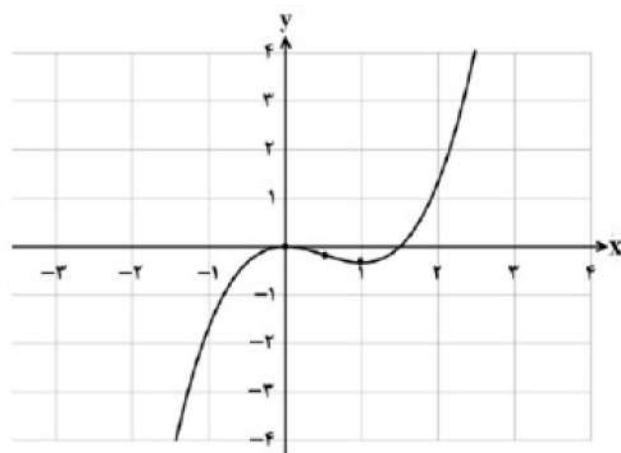
x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$
f'	-	+	+	
f				
		-16 Min	11 Max	

$$D_f = \mathbb{R}$$

۸

$$f'(x) = 2x^2 - 2x = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$$

$$f''(x) = 4x - 2 = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$$



x	$-\infty$	0	$\frac{1}{2}$	1	$+\infty$
f'	+	-	-	+	
f''	-	-	+	+	
f					
		max	$-\frac{1}{6}$	min	

$$f'(x) = \frac{-3}{(x-1)^2} \Rightarrow f''(x) = \frac{6}{(x-1)^3}$$

۹

x	$-\infty$	1	$+\infty$
f''	-	+	
f			

نقطه عطف وجود ندارد.

اداره آموزش دوره دوم متوسطه نظری مازندران

$$f'(x) = 5x^2 - 5 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = +1 \\ x = -1 \end{cases} \text{ غیرقابل قبول}$$

$$f(1) = -4 \text{ مینیمم مطلق}$$

$$f(0) = 0$$

$$f(2) = 22 \text{ ماکزیمم مطلق}$$

$$2h + 2r + \pi T = \epsilon \Rightarrow h = \frac{\epsilon - 2r - \pi T}{2}$$

$$S(r) = \epsilon r - 2r^2 - \frac{1}{2}\pi T^2 \Rightarrow S'(r) = \epsilon - 4r - \pi T = 0 \Rightarrow r = \frac{\epsilon}{4 + \pi}$$

r	$\frac{\epsilon}{4 + \pi}$		
S'	+	○	-
S	↘ ↗ ↘		

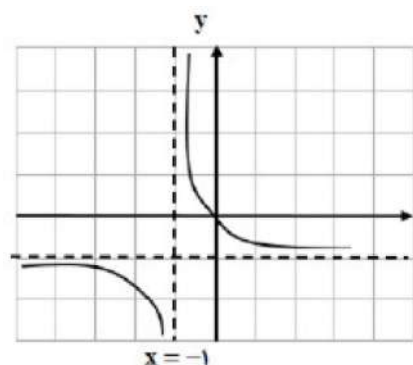
$$h = \frac{\epsilon - (2 + \pi) \frac{\epsilon}{4 + \pi}}{2} = \frac{\epsilon}{4 + \pi}$$

$$f'(x) = -\epsilon x^2 + \epsilon = 0 \Rightarrow x = \pm 1$$

x	-1	1
f'	-	+
f	↘ ↗ ↘	

پس تابع در بازه $[-1, 1]$ صعودی اکید است.

درست ۱۳



مجانِب قائم $x = -1$

مجانِب افقی $y = -1$

$$y' = \frac{-1}{(x+1)^2} < 0$$

x	$-\infty$	-1	$-\infty$
y'	-		-
y	↘ -1	$+\infty$	↘ -1

(ص ۱۴۴)

اداره آموزش دوره دوم متوسطه نظری مازندران

$$f'(x) = 2x^2 + 2x = 0 \Rightarrow 2x(x+1) = 0 \Rightarrow x^2 = -1 \text{ غیرقابل قبول } x = 0$$

اکیدا صعودی $(0, +\infty)$, اکیدا نزولی $(-\infty, 0]$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
f'	-	0	+
f		↘	↗

(ص ۱۲۶)

$$f(0) = 1 \Rightarrow c = 1$$

$$f(2) = -3 \Rightarrow 4a + 2b + 1 = -3 \Rightarrow 4a + 2b = -4 \Rightarrow a = 1, b = -3$$

$$f''(x) = 4ax + 2b \Rightarrow f''(1) = 0 \Rightarrow 4a + 2b = 0 \text{ (ص ۱۳۶)}$$

۱۷ d مینیمم مطلق

c ماکزیمم مطلق

c ماکزیمم نسبی

b مینیمم نسبی

۱۸ نادرست

$$x - y = 10$$

$$p = xy = x(x - 10) = x^2 - 10x$$

$$p'(x) = 2x - 10 = 0 \Rightarrow x = 5, y = -5$$

$$f'(2) = 0 \Rightarrow f'(x) = 3x^2 + 2bx \Rightarrow b = -3$$

$$f(2) = 1 \Rightarrow 4 + (-12) + d = 1 \Rightarrow d = 9$$

$$cx + d = 0 \Rightarrow d = -2c$$

$$(-1, 0) \Rightarrow \frac{-a + b}{-c + d} = 0 \Rightarrow a = b$$

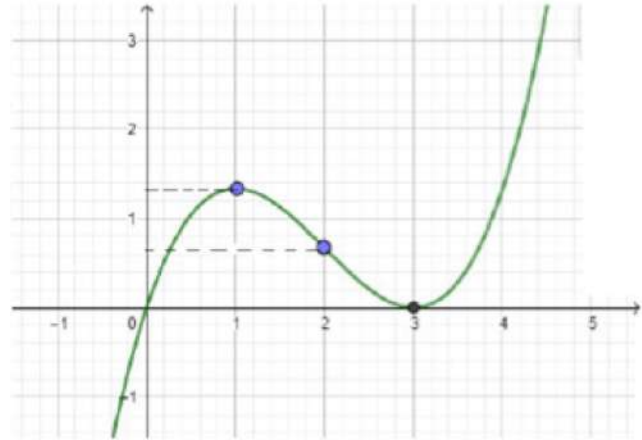
$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax}{cx} = 1 \Rightarrow a = c$$

$$f(x) = \frac{x+1}{x-2}$$

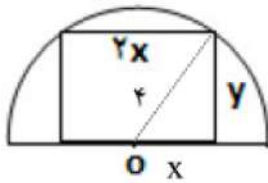
اداره آموزش دوره دوم متوسطه نظری مازندران

$$f'(x) = x^2 - 4x + 3$$

$$f''(x) = 2x - 4$$



x	$-\infty$	۱	۲	۳	$+\infty$
$f'(x)$	+	۰	-	-	+
$f''(x)$	⌒	⌒	⌒	⌒	⌒
$f(x)$	$-\infty$	$\frac{4}{3}$	$\frac{2}{3}$	۰	$+\infty$
		Max نسبی	نقطه عطف	Min نسبی	



$$y^2 = 16 - x^2 \Rightarrow S(x) = 2x(\sqrt{16 - x^2})$$

$$S'(x) = \frac{22 - 2x^2}{\sqrt{16 - x^2}} = 0 \Rightarrow x = \sqrt{8}, y = \sqrt{8}$$

طول $2\sqrt{8}$ و عرض $\sqrt{8}$ است.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. مشتق سهمی، تابع خطی (غیرثابت) است. چون طول نقطه مینیمم، منفی است پس f' محور x ها را در ناحیه $x < 0$ قطع می‌کند.

x	$x_S < 0$	
f	نزولی	صعودی
f'	-	+

$$y = 8 - x \Rightarrow S(x) = -x^2 + 8x \Rightarrow S'(x) = -2x + 8 = 0$$

$$x = 4, y = 4$$

اداره آموزش دوره دوم متوسطه نظری مازندران

$$f'(x) = 3x^2 - 12 \xrightarrow{f'(x)=0} x = 2, x = -2$$

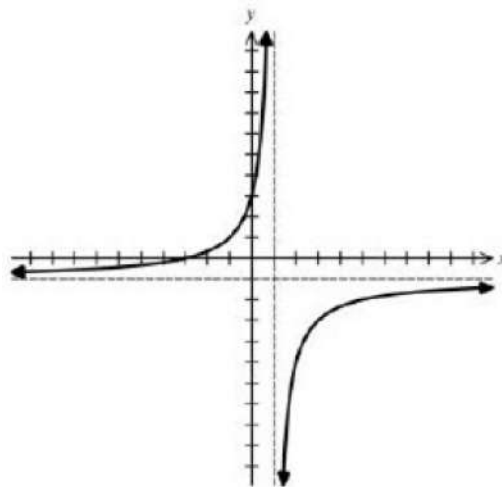
اکیداً صعودی $(2, +\infty), (-\infty, -2)$

x	-2	2
f'	+	-
f		

درست ۲۷

مجانِب قائم $x = 1$ و مجانِب افقی $y = -1$

$$f'(x) = \frac{2}{(1-x)^2} \text{ نقطه بحرانی ندارد}$$



x	$-\infty$	1	$+\infty$
f'	+	+	+
f			

۲۸

$$f'(x) = 3x^2 - 3 \Rightarrow f''(x) = 6x = 0 \Rightarrow x = 0$$

نقطه $(0, 1)$ نقطه عطف تابع است.

x	$-\infty$	0	$+\infty$
f''	-	+	-
f			

۲۹

$$f(1) = 2 \Rightarrow a - b = 1$$

$$\begin{cases} f'(x) = 3x^2 + a \Rightarrow 3 + a = 0 \Rightarrow a = -3, b = -4 \\ f'(1) = 0 \end{cases}$$

۳۰

۳۱ ماکزیم نسبى

۳۲ نادرست

$$p = xy = 5x^2 - 10x \Rightarrow p'(x) = 0 \Rightarrow 10x - 10 = 0 \Rightarrow x = 1, y = -5$$

۳۳

اداره آموزش دوره دوم متوسطه نظری مازندران

$$f'(x) = x^2 - 2x - 3 = 0 \Rightarrow x = 3, x = -1$$

۳۴

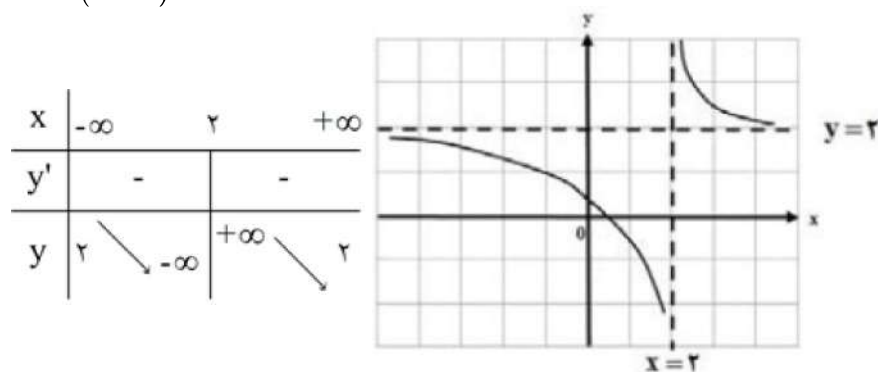
x	-1	3	
f'	+	-	+
f			
	max	min	
	$\frac{7}{3}$	$-\frac{25}{3}$	

$x = 2$ مجانب قائم

$y = 2$ مجانب افقی

$$y' = \frac{-3}{(x-2)^2} < 0$$

۳۵



۲ (ت)

۴ (پ)

۴ (ب)

۸ (الف) ۳۶

$$\begin{cases} f(-1) = -a + b + 2 = 1 \Rightarrow -a + b = -1 \\ f''(-1) = 0 \Rightarrow -6a + 2b = 0 \end{cases} \Rightarrow a = \frac{-1}{2}, b = \frac{-3}{2}$$

۳۷

۳۸ بالا

۳۹ نادرست

۴۰

الف) $b = \pm 6$ (ص ۲۷)

ب) $D = \left\{ x \in \mathbb{R} \mid x \neq \frac{k\pi}{3} + \frac{\pi}{6}, k \in \mathbb{Z} \right\}$ (ص ۳۲)

$m = 14$ (ص ۶۶)

۲ (ب) $\frac{2}{3}$

۴۱ الف) ۲

درست (ت)

نادرست (پ)

نادرست (ب)

۴۲ الف) درست

ت) نباشد (ص)

پ) صفر (ص ۵۳)

ب) π و ۳ (ص ۲۷)

۴۳ الف) صفر (ص ۱۶)

(۸۶)

اداره آموزش دوره دوم متوسطه نظری مازندران

